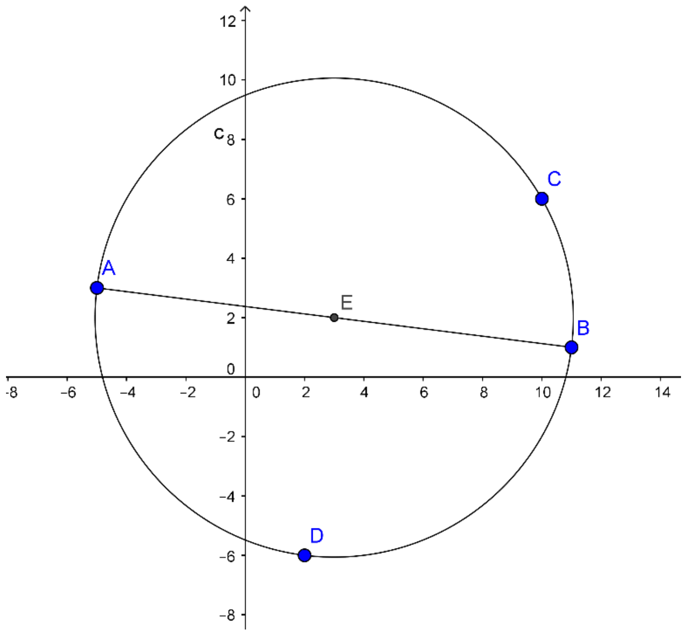
Correction
DM 1

Exercice 102 p 173



D'après la figure, on suppose que le diamètre du cercle auquel appartiennent A, B C et D est [AB]. Le centre du cercle est donc le milieu de [AB].

Notons I ce point, alors ses coordonnées sont données par :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-5+11}{2} = 3$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3+1}{2} = 2$$

Donc les coordonnées du point I sont I(3;2).

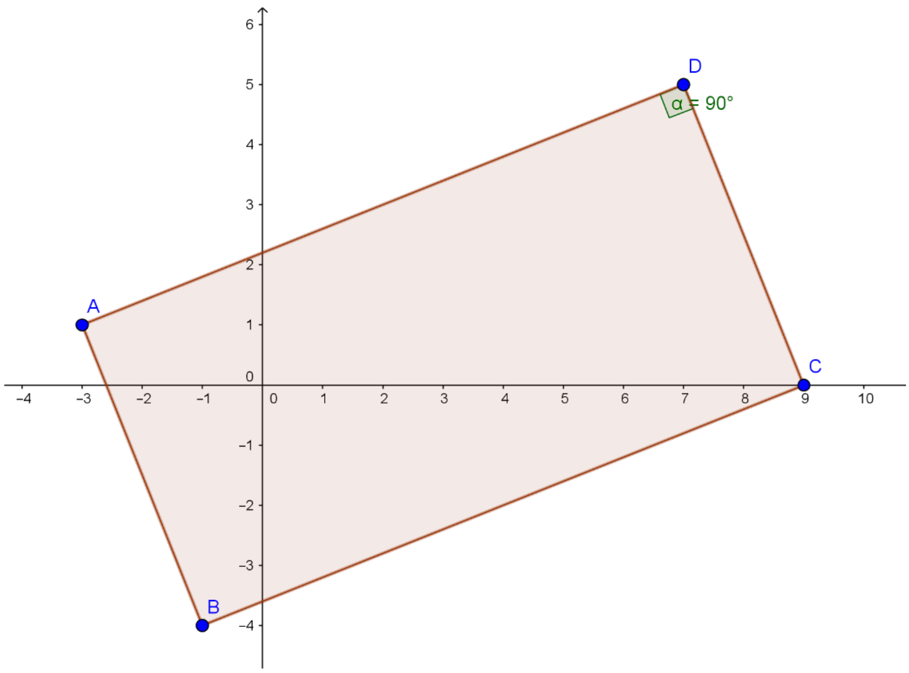
Pour montrer que les points A, B, C et D appartiennent au cercle de centre I et de diamètre [AB], il faut montrer que IA = IB = IC = ID.

- I est le milieu de [AB] donc IA = IB et :
  $IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2} = \sqrt{(-5-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (1)^2} = \sqrt{65}$
  Donc $IA = IB = \sqrt{65}$
- $IC = \sqrt{(x_C - x_I)^2 + (y_C - y_I)^2} = \sqrt{(10-3)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{(7)^2 + (4)^2} = \sqrt{65}$
- $ID = \sqrt{(x_D - x_I)^2 + (y_D - y_I)^2} = \sqrt{(2-3)^2 + (-6-2)^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-8)^2} = \sqrt{65}$

  Donc $IA = IB = IC = ID = \sqrt{65}$

On a bien montré que les points A, B, C et D appartiennent au cercle de diamètre [AB].

Exercice 103 p 173



Après avoir réalisé la figure, ABCD semble être un rectangle.

1ère méthode :

Pour le démontrer, il faut montrer que ses côtés opposés sont de même longueur et que ses diagonales [AC] et [BD] sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

$AC\ = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(9-(-3))^2 + (0-1)^2} = \sqrt{(12)^2 + (-1)^2} = \sqrt{145}$

$BD\ = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(7-(-1))^2 + (5-(-4))^2} = \sqrt{(8)^2 + (9)^2} = \sqrt{145}$

Donc AC = BD.

Milieu de [AC] :

$$\frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3+9}{2} = 3$$

$$\frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$$

Les coordonnées du milieu de [AC] sont (3 ;0,5)

Milieu de [BD] :

$$\frac{x_B + x_D}{2} = \frac{-1+7}{2} = 3$$

$$\frac{y_B + y_D}{2} = \frac{5+(-4)}{2} = \frac{1}{2}$$

Les coordonnées du milieu de [BD] sont (3 ;0,5).

[AC] et [BD] ont même milieu.

Donc ABCD est un rectangle.

2ème méthode :

Pour le démontrer, il faut montrer que ses côtés opposés sont de même longueur et qu'un angle du quadrilatère est un angle droit.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1-(-3))^2 + (-4-1)^2} = \sqrt{(2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{29}$$

$$CD = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} = \sqrt{(7-9)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (5)^2} = \sqrt{29}$$

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(7-(-3))^2 + (5-1)^2} = \sqrt{(10)^2 + (4)^2} = \sqrt{116}$$

$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(-1-9)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{(-10)^2 + (-4)^2} = \sqrt{116}$$

Donc AB = CD et AD = CB, donc ABCD est un parallélogramme.

Montrons maintenant que le triangle ABC est rectangle en B.

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(9-(-3))^2 + (0-1)^2} = \sqrt{(12)^2 + (-1)^2} = \sqrt{145}$$

$$AC^2 = 145$$

$$AB^2 + BC^2 = 29 + 116 = 145$$

Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on peut affirmer que le triangle ABC est rectangle en B et admet [AC] pour hypoténuse.

Donc ABCD est un parallélogramme qui admet un angle droit.

Donc ABCD est un rectangle.