Correction
DM n°12

Exercice 1

1)

a) $a = \sqrt{7}$; $b = 3$

$\sqrt{7} \in [0; +\infty[$ et $3 \in [0; +\infty[$ et $\sqrt{7} < 3$, donc on a $a < b$.

La fonction carré est croissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Donc $a^2 < b^2$.

b) $a = -1{,}28$; $b = -\frac{4}{3}$

$-1{,}28 \in]-\infty; 0]$ et $-\frac{4}{3} \in]-\infty; 0]$ et $-\frac{4}{3} < -1{,}28$, donc $b < a$

La fonction carré est décroissante sur l'intervalle $]-\infty; 0]$.

Donc $a^2 < b^2$.

2)

a) $(x-3)^2 = 4$

$\Leftrightarrow x - 3 = 2$ ou $x - 3 = -2$

$\Leftrightarrow x = 2 + 3 = 5$ ou $x = -2 + 3 = 1$

$S = \{1; 5\}$

b) $(2x-5)^2 = 7$

$\Leftrightarrow 2x - 5 = \sqrt{7}$ ou $2x - 5 = -\sqrt{7}$

$\Leftrightarrow 2x = \sqrt{7} + 5$ ou $2x = -\sqrt{7} + 5$

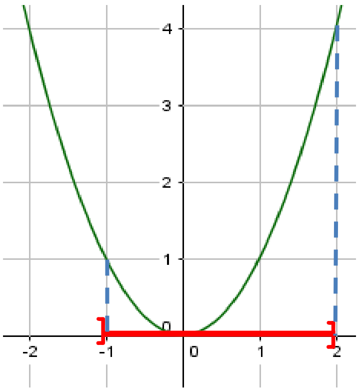
$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{7}+5}{2}$ ou $x = \frac{-\sqrt{7}+5}{2}$

$$S = \left\{\frac{\sqrt{7}+5}{2}; \frac{-\sqrt{7}+5}{2}\right\}$$

3)

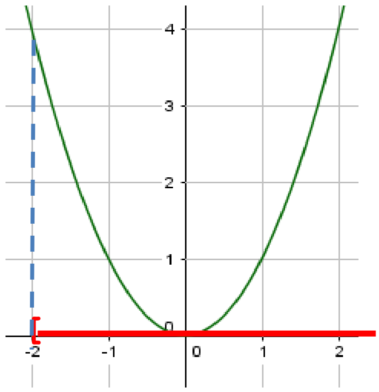
a) $-1 < x \leq 2$

Alors $0 \leq x^2 \leq 4$



b) $-2 \leq x$

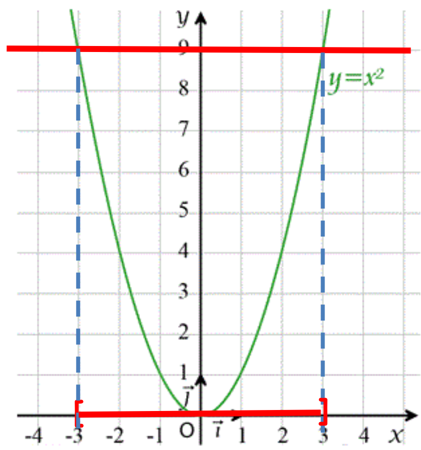
Alors $0 \leq x^2$



4)

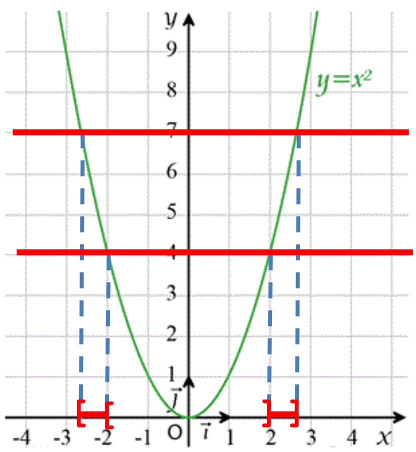
a) $9 \geq x^2$

Alors $-3 \leq x \leq 3$



b) $4 < x^2 \leq 7$

Alors $x \in [-\sqrt{7};-2[\cup]2;\sqrt{7}]$



Exercice 2

L'équation $f(x) = 2$ **possède deux solutions qui sont 7 et -3.**

$$\frac{7+(-3)}{2} = 2$$

L'axe de symétrie de la parabole est la droite $x = 2$.

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 10x - 8$.

1) $(x-4)(3x+2) = 3x^2 + 2x - 12x - 8$
$= 3x^2 - 10x - 8$
$= f(x)$

$3\left(x - \frac{5}{3}\right)^2 - \frac{49}{3} = 3\left(x^2 - \frac{10}{3}x + \frac{25}{9}\right) - \frac{49}{3}$
$= 3x^2 - 10x + \frac{25}{3} - \frac{49}{3}$
$= 3x^2 - 10x - 8$
$= f(x)$

2)

a) **Forme développée**
L'intersection de la courbe avec l'axe des ordonnées est le point de coordonnées (0 ;-8).

b) **Forme factorisée**
On cherche à résoudre $f(x) = 0$
$\Leftrightarrow (x-4)(3x+2) = 0$
$\Leftrightarrow x - 4 = 0$ **ou** $3x + 2 = 0$
$\Leftrightarrow x = 4$ **ou** $3x = -2$
$x = \frac{-2}{3}$

Les points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses sont les points de coordonnées (4 ;0) et $\left(\frac{-2}{3}; 0\right)$.

c) **Forme développée**
On cherche à résoudre $f(x) = -8$
$\Leftrightarrow 3x^2 - 10x - 8 = -8$
$\Leftrightarrow 3x^2 - 10x = 0$
$\Leftrightarrow x(3x - 10) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ **ou** $3x - 10 = 0$
$3x = 10$
$x = \frac{10}{3}$

Les points de la courbe d'ordonnée -8 sont les points de coordonnées (0 ;-8) et $\left(\frac{10}{3}; -8\right)$.

d) **Forme canonique**

On cherche à résoudre $f(x) = -\frac{49}{3}$

$\Leftrightarrow 3\left(x - \frac{5}{3}\right)^2 - \frac{49}{3} = -\frac{49}{3}$

$\Leftrightarrow 3\left(x - \frac{5}{3}\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - \frac{5}{3} = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

e) **Forme canonique**

Les coordonnées du sommet de la parabole sont $S\left(\frac{5}{3}; -\frac{49}{3}\right)$

Le tableau de variations de f est donc

x	$-\infty$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	$-\frac{49}{3}$	$\nearrow$	