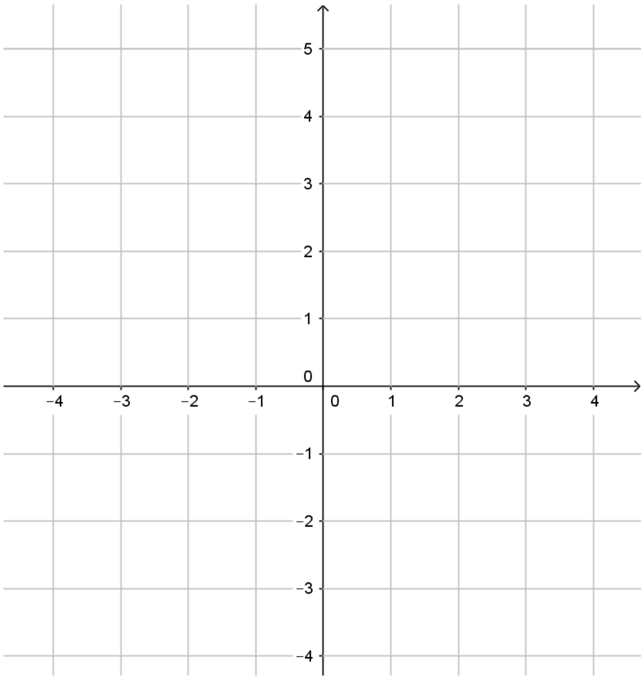
DS n°8 (sujet A)

<u>Exercice 1 :</u> (4 points)

Le plan est muni d'un repère (O ; I ; J).



1) Placer les points A(3 ;4), B(1 ;-2) et C(-2 ;-1).

2) a) Soit D le point tel que ABCD est un parallélogramme. Ecrire une égalité vectorielle entre les points A, B, C et D.

   b) En déduire les coordonnées du point D.

   c) Vérifier graphiquement la réponse.

<u>Exercice 2 :</u> (4 points)

1) Proposer le meilleur encadrement possible de $\frac{1}{x}$, **<u>en justifiant</u>**, dans les cas suivants :

   a) $x \in [1; 2{,}5]$ b) $x \in]-3; -1]$ c) $x > -3$

2) En vous aidant de la courbe de la représentative de la fonction inverse, résoudre les inéquations suivantes :

   a) $3 \leq \frac{1}{x} \leq 8$ b) $\frac{1}{x} < -7$ c) $\frac{1}{x} \leq 1$

Exercice 3 : (6 points)

1) Construire un triangle ABC quelconque (ni isocèle, ni équilatéral, ni rectangle), et les milieux I du segment [AB] et J du segment [BC].

2) Construire le point D, image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CI}$.

3) a) Démontrer que $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})=\overrightarrow{IJ}$

   b) En déduire que $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

4) a) Quelle est la nature du quadrilatère ADIC ? Justifier la réponse.

   b) En déduire un vecteur égal à $\overrightarrow{AC}$.

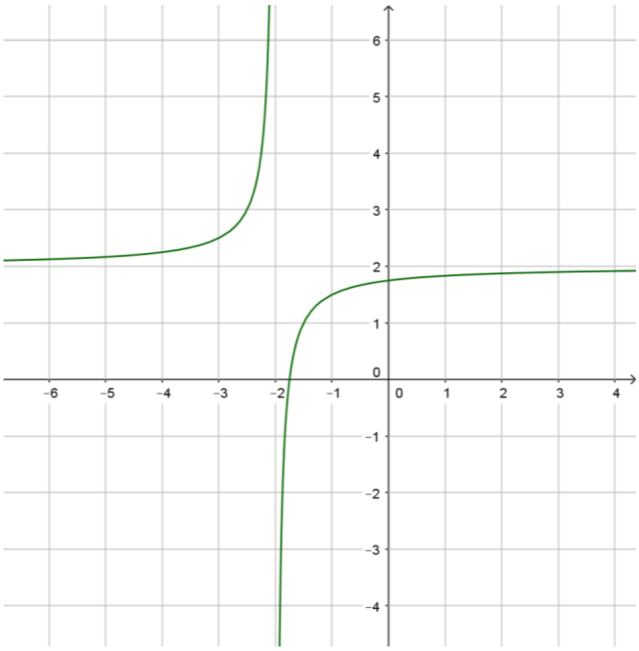
5) Démontrer, en utilisant les questions précédentes, que les points I, J et D sont alignés.

Exercice 4 : (6 points)

Soit la fonction f définie par $f(x)=2-\frac{1}{2x+4}$.

1) Montrer que f est une fonction homographique, et déterminer son ensemble de définition.

Voici la courbe représentative de la fonction f :



2) Déterminer graphiquement le nombre réel noté k tel que la droite d'équation $y = k$ n'ait aucun point commun avec la courbe représentative de f.

3) Résoudre, par le calcul, l'équation $f(x) = 3$. Puis vérifier le résultat graphiquement.

4) a) Dresser le tableau de variations de f sur son ensemble de définition.

   b) En déduire un encadrement de $f(x)$ si $x \in [-1; 2]$

5) On considère la fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x + \frac{7}{4}$.
   Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

<u>Exercice Bonus :</u> (+2 points)

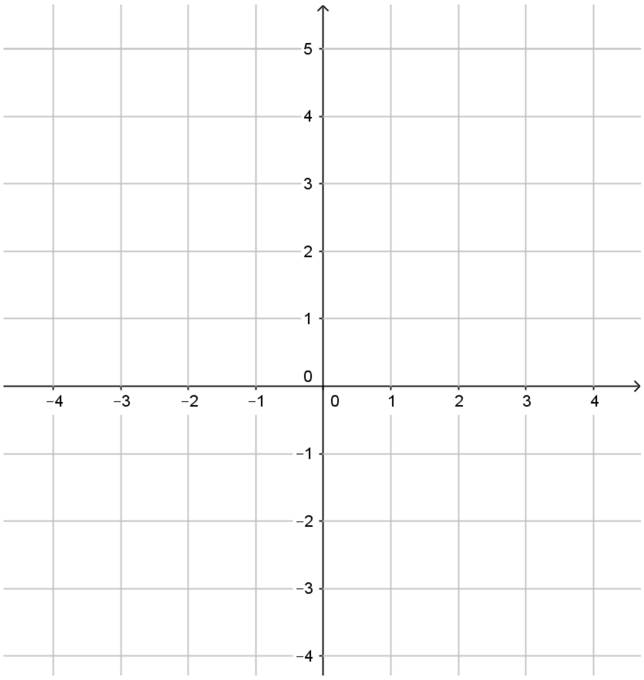
Soient A, B et C trois points quelconques du plan. Construire le point D, tel que :

$$2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

DS n°8 (sujet B)

Exercice 1 : (4 points)

Le plan est muni d'un repère (O ; I ; J).



1) Placer les points A(-1 ;5), B(2 ;-1) et C(-2 ;-3).

2) a) Soit D le point tel que ABCD est un parallélogramme. Ecrire une égalité vectorielle entre les points A, B, C et D.

   b) En déduire les coordonnées du point D.

   c) Vérifier graphiquement la réponse.

Exercice 2 : (4 points)

1) Proposer le meilleur encadrement possible de $\frac{1}{x}$, **en justifiant**, dans les cas suivants :

   a) $x \in [3; 5{,}5]$ b) $x \in [-4; -3[$ c) $x \leq 3$

2) En vous aidant de la courbe de la représentative de la fonction inverse, résoudre les inéquations suivantes :

   a) $2 \leq \frac{1}{x} \leq 7$ b) $\frac{1}{x} > 5$ c) $\frac{1}{x} > -1$

Exercice 3 : (6 points)

1) Construire un triangle ABC quelconque (ni isocèle, ni équilatéral, ni rectangle), et les milieux I du segment [AB] et J du segment [AC].

2) Construire le point D, image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BJ}$.

3) a) Démontrer que $\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{IJ}$

   b) En déduire que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

4) a) Quelle est la nature du quadrilatère BCDJ ? Justifier la réponse.

   b) En déduire un vecteur égal à $\overrightarrow{BC}$.

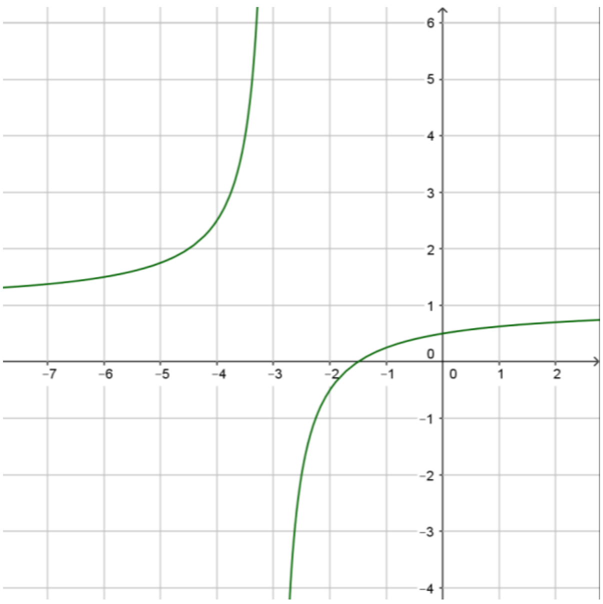
5) Démontrer, en utilisant les questions précédentes, que les points I, J et D sont alignés.

Exercice 4 : (6 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = 1 - \frac{3}{2x+6}$.

1) Montrer que f est une fonction homographique, et déterminer son ensemble de définition.

Voici la courbe représentative de la fonction f :



2) Déterminer graphiquement le nombre réel noté k tel que la droite d'équation $y = k$ n'ait aucun point commun avec la courbe représentative de f.

3) Résoudre, par le calcul, l'équation $f(x) = 4$. Puis vérifier le résultat graphiquement.

4) a) Dresser le tableau de variations de f sur son ensemble de définition.

   b) En déduire un encadrement de $f(x)$ si $x \in [-7; -4]$

5) On considère la fonction affine g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x + \frac{3}{2}$.
   Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

Exercice Bonus : (+2 points)

Soient A, B et C trois points quelconques du plan. Construire le point D, tel que :

$$2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$$