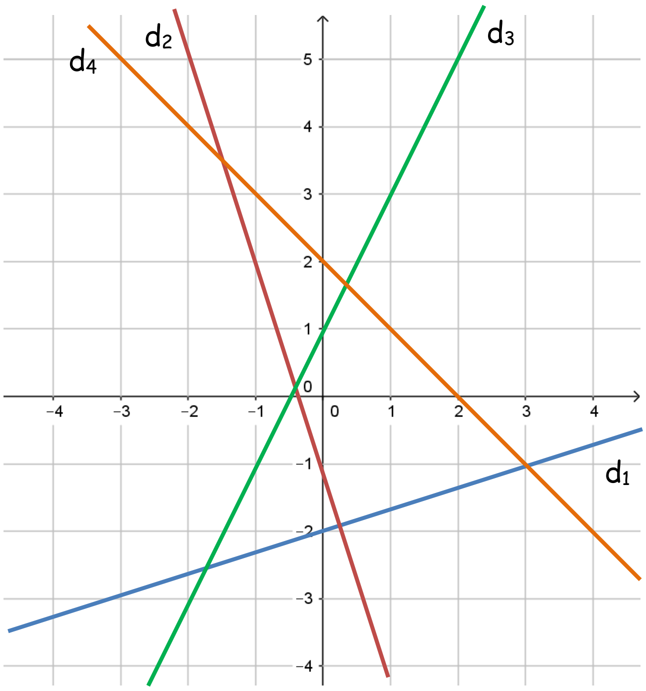
Correction
DS n°9 (sujet A)

Exercice 1 : (9 points)

Le plan est muni d'un repère (O ; I ; J).



1) $\mathrm{d}_1 : y = \frac{1}{3}x - 2$ et $\mathrm{d}_2 : y = -3x - 1$

2) Voir ci-dessus.

3) Les droites d_3 et d_4 n'ont pas le même coefficient directeur ($-1 \neq 2$), donc les droites sont sécantes.

4) Déterminons les coordonnées du point d'intersection K des droites d_3 et d_4 :

$$\begin{cases} y = 2x+1 \\ y = -x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x+1 \\ 2x+1 = -x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x+1 \\ 3x = 2-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x+1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2\times\frac{1}{3}+1 = \frac{5}{3} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$K\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$$

Exercice 2 : (3 points)

Les points A, B et C sont alignés si et seulement si les droites (AB) et (AC) sont parallèles.

(AB) : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-18-3}{-4-2} = \frac{-21}{-6} = \frac{7}{2}$

(AC) : $a = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{-\frac{1}{2}-3}{1-2} = \frac{-\frac{1}{2}-\frac{6}{2}}{-1} = \frac{-\frac{7}{2}}{-1} = \frac{7}{2}$

(AB) et (AC) ont le même coefficient directeur, donc elles sont parallèles. Donc les points A, B et C sont alignés.

Exercice 3 : (8 points)

On considère les points A(1 ;5), B(-2 ;-1), C(3 ;4) et D(-2 ;-6).

1) (AB) : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-5}{-2-1} = \frac{-6}{-3} = 2$

   $b = y_A - ax_A = 5 - 2\times1 = 3$

(AB) : $y = 2x + 3$

(AC) : $a = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{4-5}{3-1} = \frac{-1}{2}$

   $b = y_A - ax_A = 5 - \left(-\frac{1}{2}\right)\times1 = 5 + \frac{1}{2} = \frac{10}{2} + \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$

(AC) : $y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$

(CD) : $a = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{-6-4}{-2-3} = \frac{-10}{-5} = 2$

   $b = y_C - ax_C = 4 - 2\times3 = -2$

(CD) : $y = 2x - 2$

(BD) : $x_D = x_C = -2$

Donc l'équation de la droite (BD) est $x = -2$

2) Les droites (AB) et (CD) ont le même coefficient directeur (2), donc elles sont parallèles.

3) La parallèle à (AC) passant par D, coupe l'axe des abscisses en E. Cherchons l'équation de la droite (DE).

On sait que (DE) est parallèle à (AC), donc elles ont le même coefficient directeur :

$$a = \frac{-1}{2}$$

$b = y_D - ax_D = -6 - \left(-\frac{1}{2}\right)\times(-2) = -6 - 1 = -7$

(DE) : $y = -\frac{1}{2}x - 7$

Le point E est sur l'axe des abscisses, donc $y_E = 0$. E appartient à la droite (DE), donc :

$y_E = -\dfrac{1}{2}x_E - 7 \Leftrightarrow 0 = -\dfrac{1}{2}x_E - 7 \Leftrightarrow 7 = -\dfrac{1}{2}x_E \Leftrightarrow 7\times(-2) = x_E \Leftrightarrow x_E = -14$

Donc $E(-14; 0)$

4) (CD) : $y = 2x - 2$

$2\times 11 - 2 = 22 - 2 = 20 \neq 21$

Donc le point H n'appartient pas à (CD).

<u>Exercice Bonus :</u> (+2 points)

Appelons h l'heure du départ, et d la distance à parcourir.

$V = \dfrac{d}{t} \Leftrightarrow d = V\times t$

- Si je roule à 80 km/h, j'arriverai à midi.

  Dans ce cas, $V = 80$ et $t = 12 - h$, donc on a $d = 80\times(12 - h) = 960 - 80h$

- Si je roule à 60 km/h, j'arriverai à 13h.

  Dans ce cas, $V = 60$ et $t = 13 - h$, donc on a $d = 60\times(13 - h) = 780 - 60h$

  Nous devons résoudre ce système :

$$\begin{cases} d = 960 - 80h \\ d = 780 - 60h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 960 - 80h \\ 960 - 80h = 780 - 60h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 960 - 80h \\ 960 - 780 = 80h - 60h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 960 - 80h \\ 180 = 20h \end{cases}$$

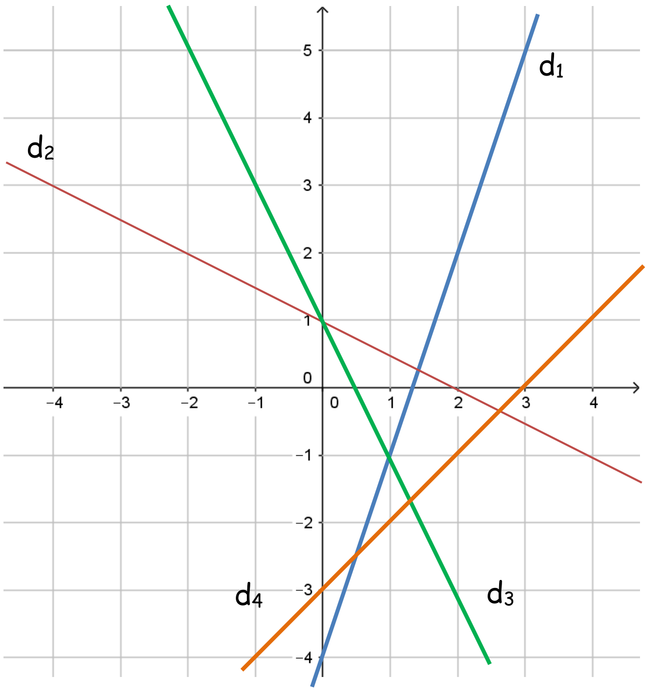
$$\Leftrightarrow \begin{cases} d = 960 - 80h \\ h = \dfrac{180}{20} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 960 - 80\times 9 = 960 - 720 = 240 \\ h = \dfrac{180}{20} = 9 \end{cases}$$

Donc Romain part à 9h du matin et doit parcourir 240 km.

Correction
DS n°9 (sujet B)

<u>Exercice 1 :</u> (9 points)

Le plan est muni d'un repère (O ; I ; J).



1) $\mathrm{d}_1 : y = 3x - 4$ et $\mathrm{d}_2 : y = -\frac{1}{2}x + 1$

2) Voir ci-dessus.

3) Les droites d_3 et d_4 n'ont pas le même coefficient directeur $(-2 \neq 1)$, donc les droites sont sécantes.

4) Déterminons les coordonnées du point d'intersection K des droites d_3 et d_4 :

$$\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 1 \\ -2x + 1 = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 1 \\ -3x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x + 1 \\ x = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \times \frac{4}{3} + 1 = -\frac{8}{3} + \frac{3}{3} = -\frac{5}{3} \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$K\left(\frac{4}{3} ; -\frac{5}{3}\right)$

Exercice 2 : **(3 points)**

Les points A, B et C sont alignés si et seulement si les droites (AB) et (AC) sont parallèles.

(AB) : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-3}{2-0} = -\frac{5}{2}$

(AC) : $a = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{\frac{11}{2}-3}{-1-0} = \frac{\frac{11}{2}-\frac{6}{2}}{-1} = \frac{\frac{5}{2}}{-1} = -\frac{5}{2}$

(AB) et (AC) ont le même coefficient directeur, donc elles sont parallèles. Donc les points A, B et C sont alignés.

Exercice 3 : **(8 points)**

On considère les points A(-1 ;-2), B(2 ;7), C(-3 ;-13) et D(2 ;2).

1) (AB) : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{7-(-2)}{2-(-1)} = \frac{9}{3} = 3$

$b = y_A - ax_A = -2 - 3\times(-1) = -2 + 3 = -1$

(AB) : $y = 3x - 1$

(AC) : $a = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{-13-(-2)}{-3-(-1)} = \frac{-11}{-2} = \frac{11}{2}$

$b = y_A - ax_A = -2 - \frac{11}{2}\times(-1) = -2 + \frac{11}{2} = \frac{-4}{2} + \frac{11}{2} = \frac{7}{2}$

(AC) : $y = \frac{11}{2}x + \frac{7}{2}$

(CD) : $a = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{2-(-13)}{2-(-3)} = \frac{15}{5} = 3$

$b = y_C - ax_C = -13 - 3\times(-3) = -13 + 9 = -4$

(CD) : $y = 3x - 4$

(BD) : $x_D = x_C = 2$

Donc l'équation de la droite (BD) est $x = 2$

2) Les droites (AB) et (CD) ont le même coefficient directeur (3), donc elles sont parallèles.

3) La parallèle à (AC) passant par D, coupe l'axe des abscisses en E. Cherchons l'équation de la droite (DE).

On sait que (DE) est parallèle à (AC), donc elles ont le même coefficient directeur :

$$a = \frac{11}{2}$$

$b = y_D - ax_D = 2 - \frac{11}{2}\times 2 = 2 - 11 = -9$

(DE) : $y = \frac{11}{2}x - 9$

Le point E est sur l'axe des abscisses, donc $y_E = 0$. E appartient à la droite (DE), donc :

$y_E = \frac{11}{2}x_E - 9 \Leftrightarrow 0 = \frac{11}{2}x_E - 9 \Leftrightarrow 9 = \frac{11}{2}x_E \Leftrightarrow 9\times\frac{2}{11} = x_E \Leftrightarrow x_E = \frac{18}{11}$

Donc $E\left(\frac{18}{11}; 0\right)$

4) (CD) : $y = 3x - 4$

$3\times 9 - 4 = 27 - 4 = 23 \neq 24$

Donc le point H n'appartient pas à (CD).

<u>Exercice Bonus :</u> (+2 points)

Appelons h l'heure du départ, et d la distance à parcourir.

$V = \frac{d}{t} \Leftrightarrow d = V\times t$

- Si je roule à 80 km/h, j'arriverai à midi.

Dans ce cas, $V = 80$ et $t = 12 - h$, donc on a $d = 80\times(12 - h) = 960 - 80h$

- Si je roule à 60 km/h, j'arriverai à 13h.

Dans ce cas, $V = 60$ et $t = 13 - h$, donc on a $d = 60\times(13 - h) = 780 - 60h$

Nous devons résoudre ce système :

$$\begin{cases} d = 960 - 80h \\ d = 780 - 60h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 960 - 80h \\ 960 - 80h = 780 - 60h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 960 - 80h \\ 960 - 780 = 80h - 60h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 960 - 80h \\ 180 = 20h \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d = 960 - 80h \\ h = \frac{180}{20} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 960 - 80\times 9 = 960 - 720 = 240 \\ h = \frac{180}{20} = 9 \end{cases}$$

Donc Romain part à 9h du matin et doit parcourir 240 km.