



Chapitre 14 : Trigonométrie

Seconde 11

Mme FELT

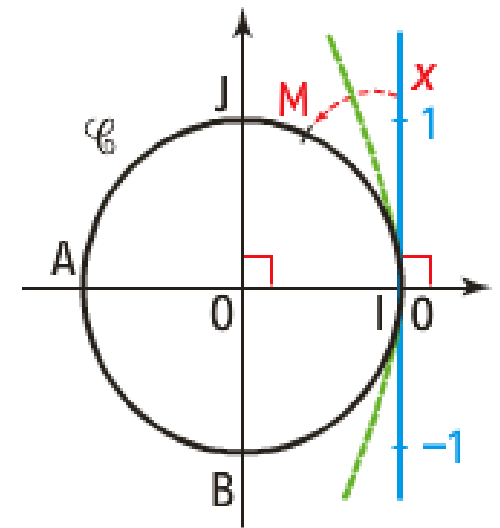
Activité 3 p 157

Enroulement de la droite numérique

Dans le repère orthonormé (O, I, J) , \mathcal{C} est le cercle centre O et de rayon 1. La tangente à ce cercle au point I est graduée et représente ainsi l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels.

On enroule cette droite autour du cercle ; ainsi à un point de la droite d'abscisse x , on associe un point M du cercle.

1. Quelle est la longueur exacte du cercle \mathcal{C} ?
2. Le point J est associé au réel $\frac{\pi}{2}$. Expliquer pourquoi.
3. À quels points sont associés les réels 0 ; π ; $-\frac{\pi}{2}$; $\frac{3\pi}{2}$; 2π et -2π ?
4. Pour chacun des points I, J, A et B , donner cinq nombres réels qui sont associés à ce point.

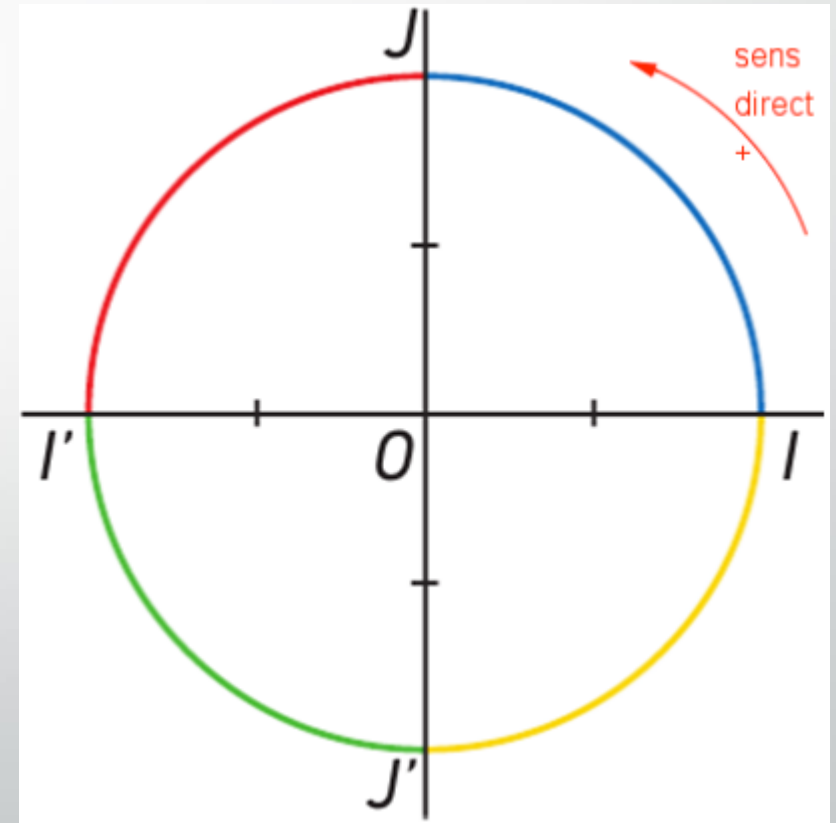


I - Enroulement de la droite numérique sur le cercle trigonométrique

1. Le cercle trigonométrique

Définitions :

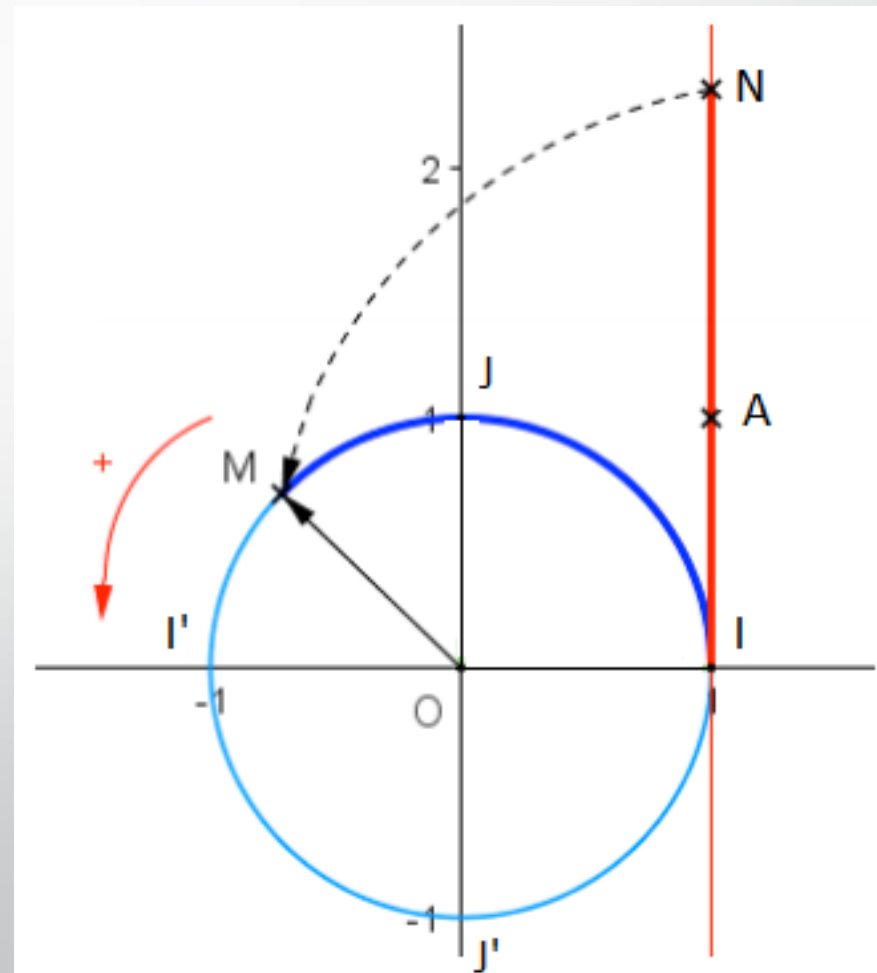
- Sur un cercle, on appelle **sens direct** ou **sens trigonométrique**, le **sens contraire** des aiguilles d'une montre.
- Dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$, on appelle **cercle trigonométrique** le cercle de centre O et de **rayon 1** orienté dans le **sens direct**.



2. Enroulement de la droite numérique

Visualisation sur Géogebra

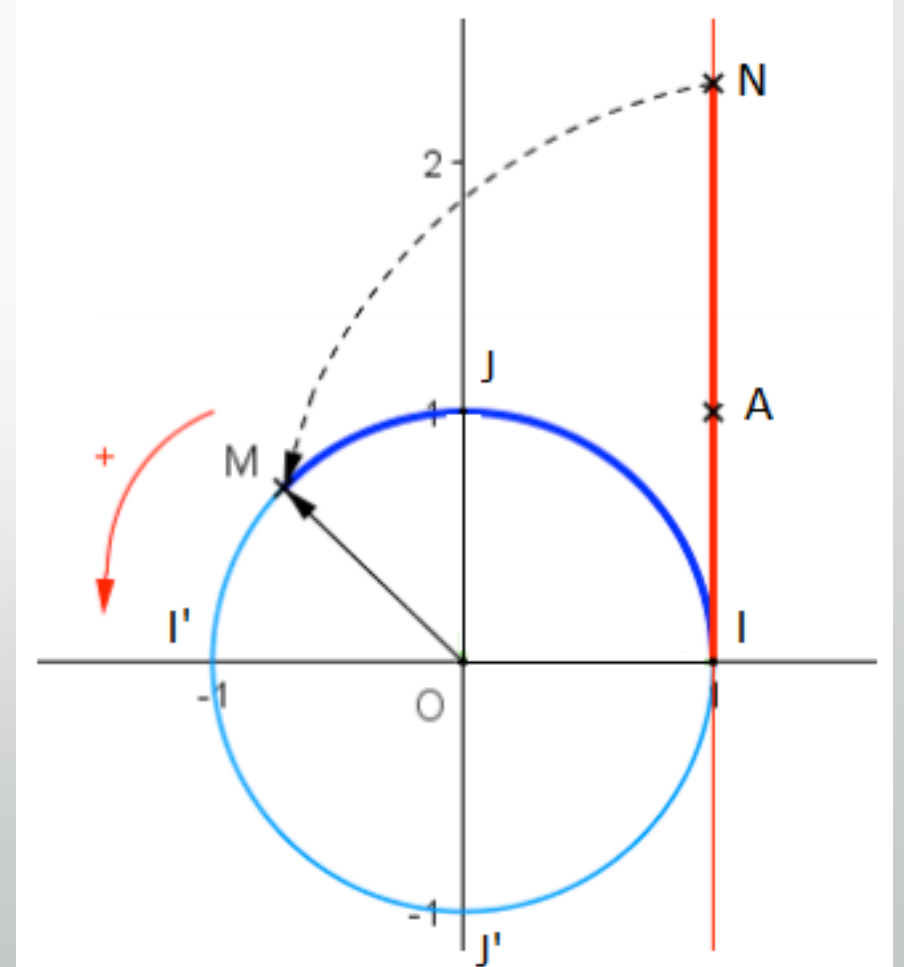
- Dans le repère $(O;I;J)$ on trace la **tangente** au cercle trigonométrique en I .
- On place le point $A(1;1)$. On peut ainsi munir cette droite du repère $(I;A)$
- On imagine alors que la droite « **s'enroule** » sur le cercle trigonométrique



2. Enroulement de la droite numérique

- A **chaque point de la droite**, on associe **un point et un seul, du cercle**. (**N** avec **M**).
- A **chaque point du cercle**, on peut associer **une infinité de points de la droite**.

Tous les points de (IA) **distants d'une longueur de 2π** se retrouvent au même endroit sur le cercle.



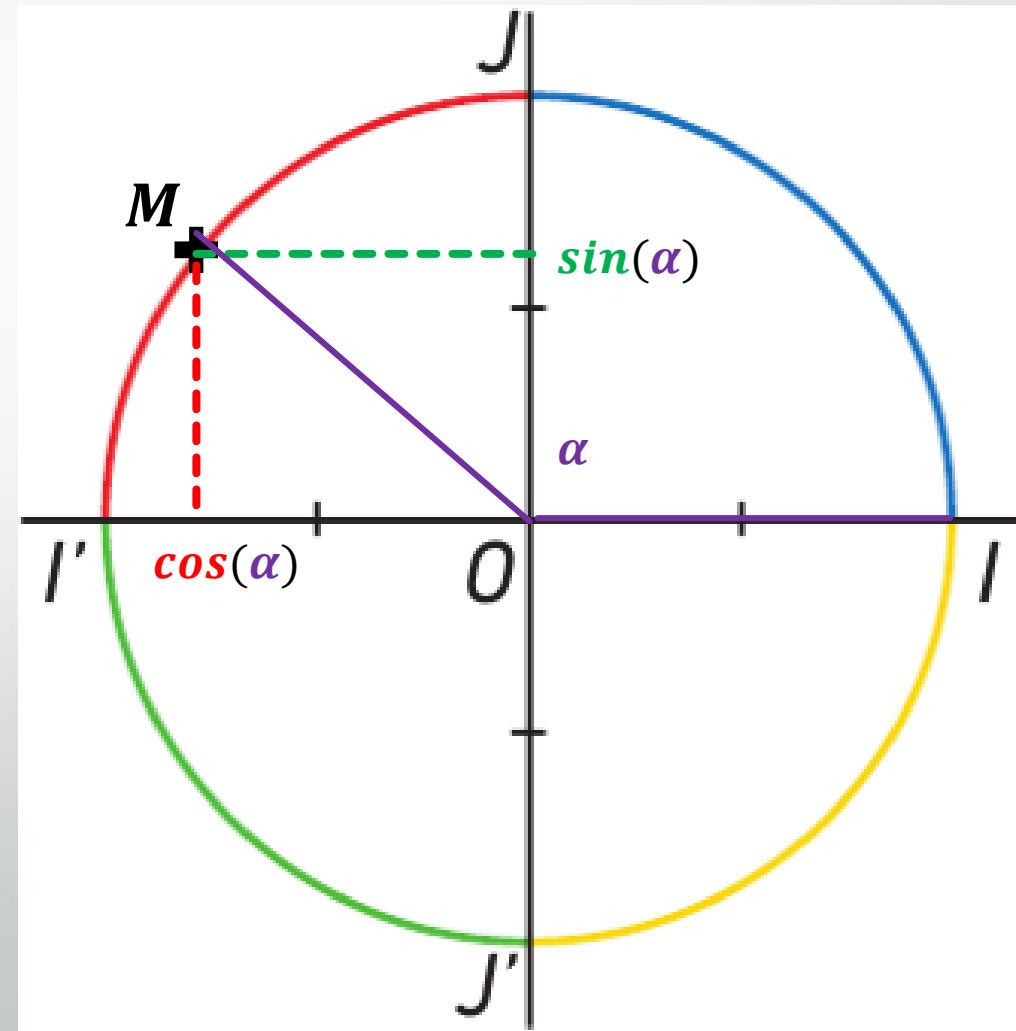
II - Sinus et cosinus d'un nombre réel

1. Définition

Soit $(O;I;J)$ un repère du plan, et C le cercle trigonométrique de centre O .

M est un point de C associé à un réel α .

- On appelle cosinus de α , noté $\cos(\alpha)$ l'abscisse du point M .
- On appelle sinus de α , noté $\sin(\alpha)$ l'ordonnée du point M .



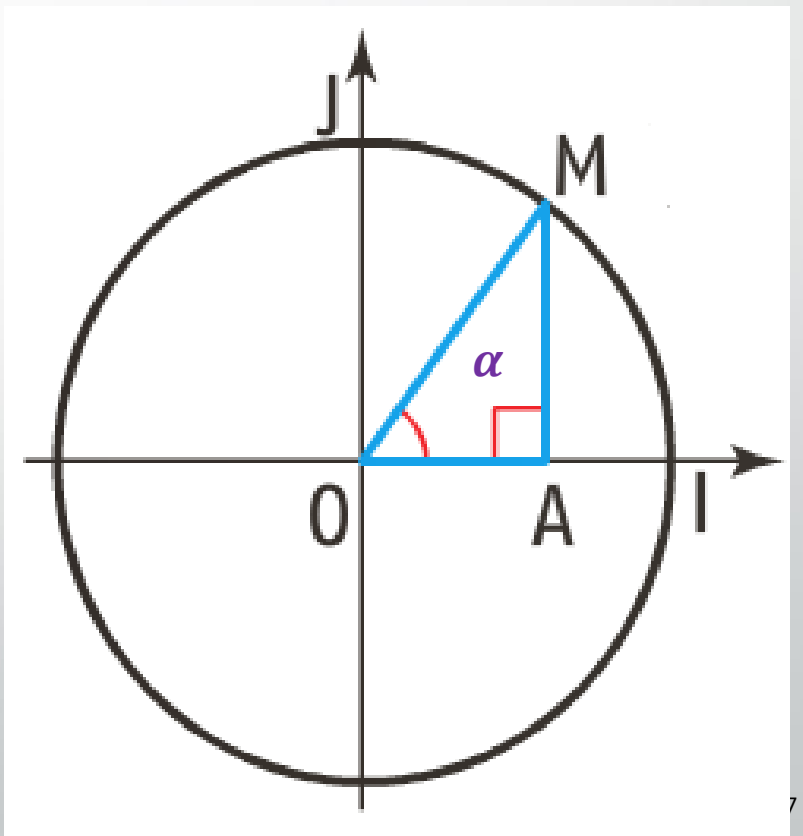
2. Lien avec la trigonométrie du triangle rectangle

Supposons que le point M se trouve sur l'arc de cercle \widehat{IJ} , alors l'angle \widehat{IOM} est aigu.

Dans le triangle OAM rectangle en A ,
 $OA = \cos(\alpha)$, $AM = \sin(\alpha)$ et $OM = 1$

On peut donc écrire :

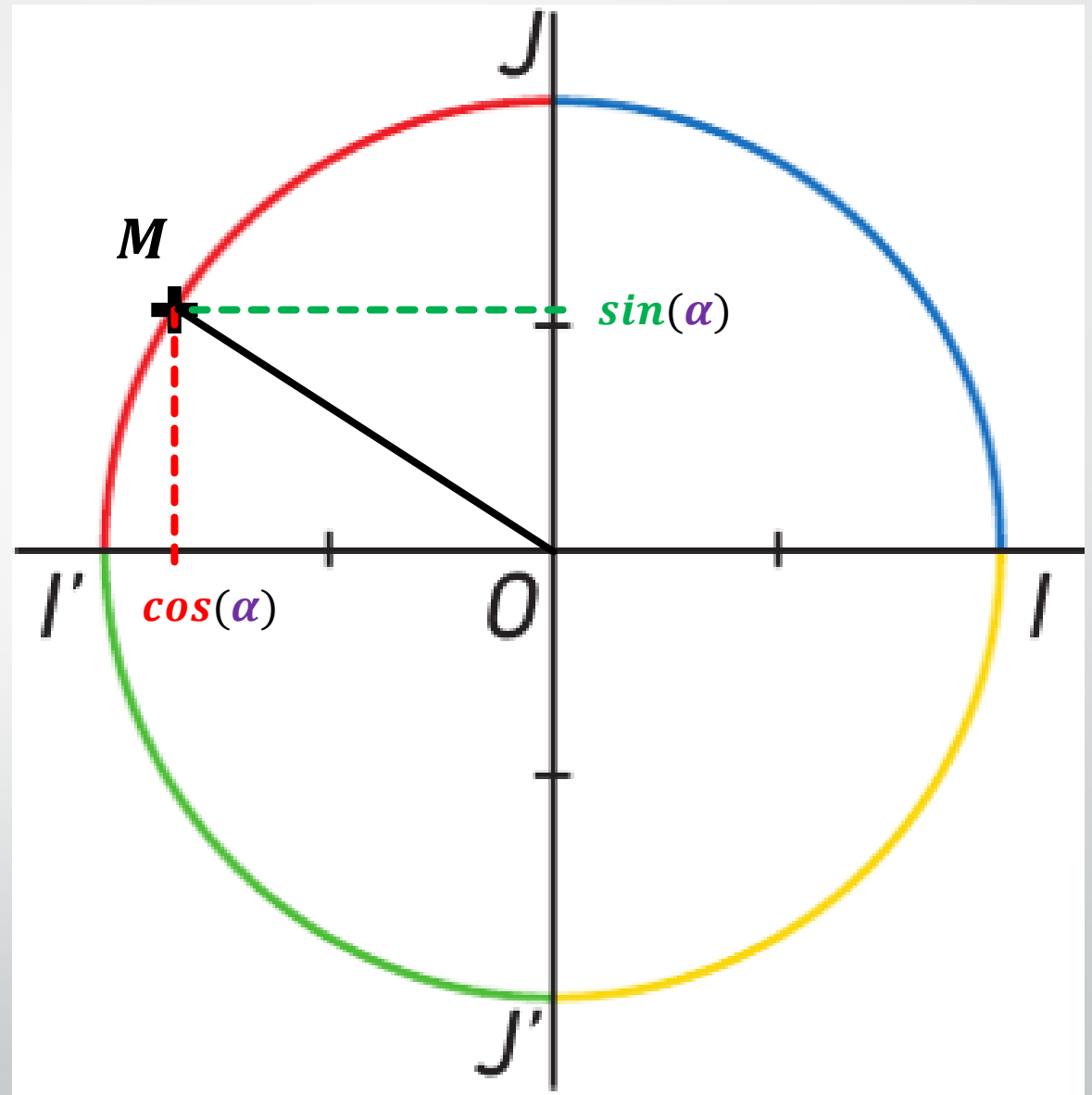
- $\cos(\widehat{AOM}) = \frac{OA}{OM} = \frac{\cos(\alpha)}{1}$
- $\sin(\widehat{AOM}) = \frac{AM}{OM} = \frac{\sin(\alpha)}{1}$



3. Propriétés

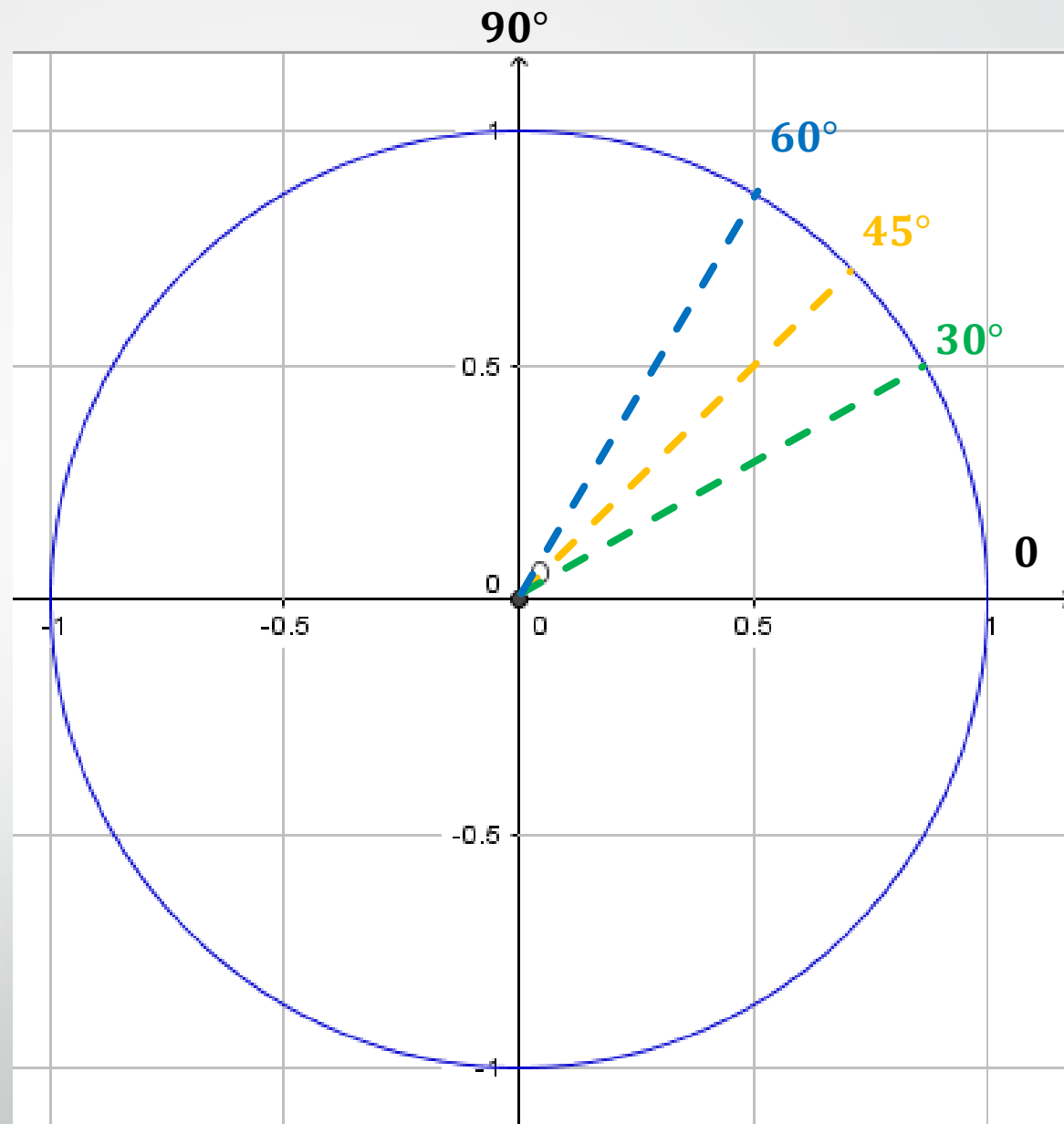
Pour tout nombre réel α :

- $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$
- $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$
- $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$



4. Valeurs remarquables

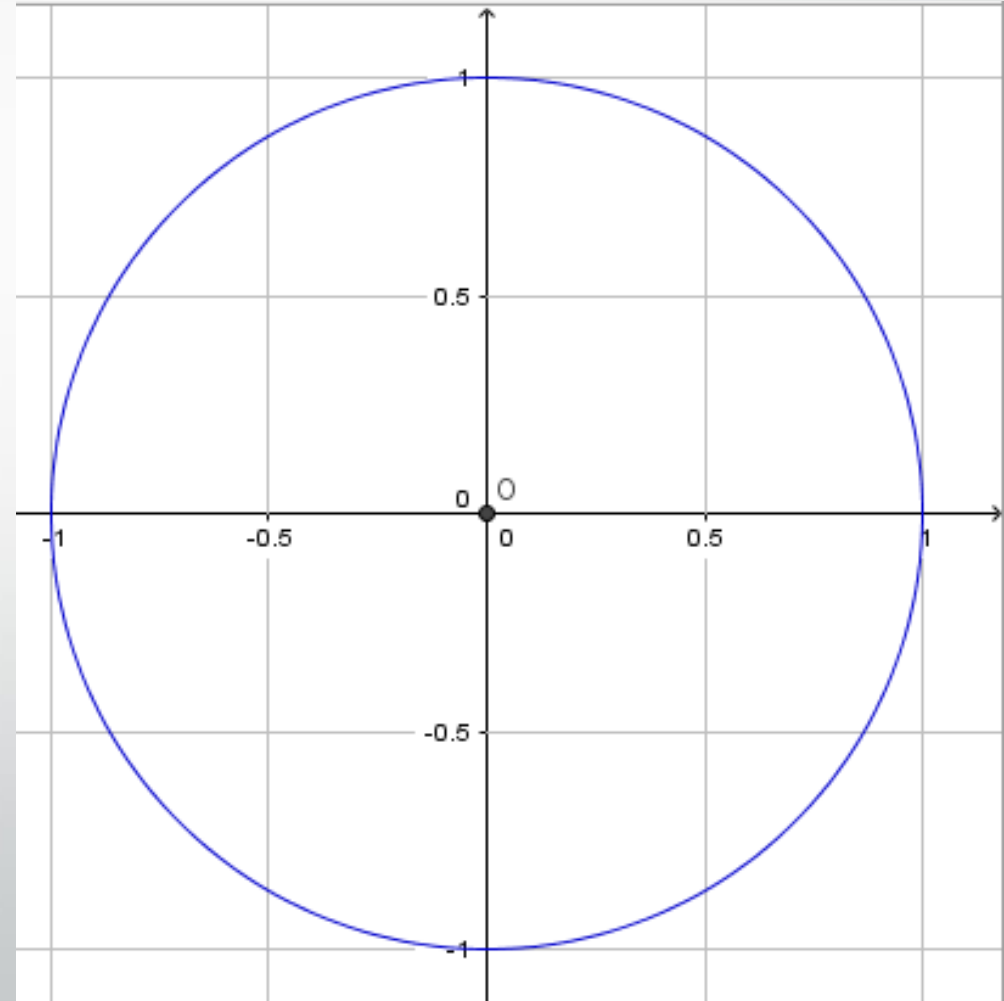
α	$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$
0°	1	0
30°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
90°	0	1



Exercices

23 Associer entre eux les réels de la 1^{ère} et de la 2^{ème} ligne qui ont la même image sur le cercle trigonométrique.

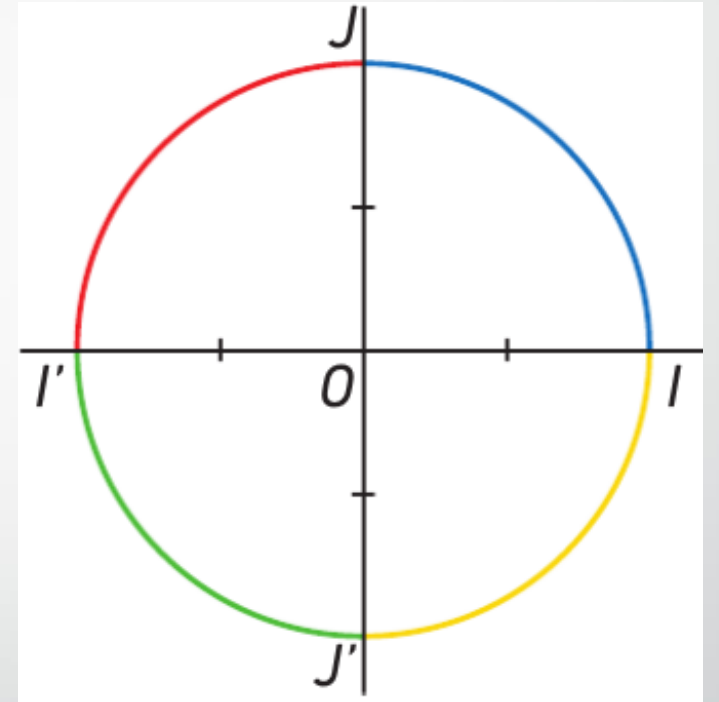
- π ● $\frac{\pi}{2}$ ● $-\frac{\pi}{4}$ ● 12π ● $-\frac{7\pi}{4}$ ● $\frac{3\pi}{2}$ ● $\frac{\pi}{3}$ ● $\frac{7\pi}{6}$
- 2π ● $\frac{7\pi}{4}$ ● $-\frac{5\pi}{6}$ ● $\frac{7\pi}{3}$ ● 3π ● $\frac{\pi}{4}$ ● $\frac{5\pi}{2}$ ● $-\frac{5\pi}{2}$



Questions flash

- Question 1 :

De quelle couleur est un point du cercle ayant une **abscisse positive** et une **ordonnée négative** ?

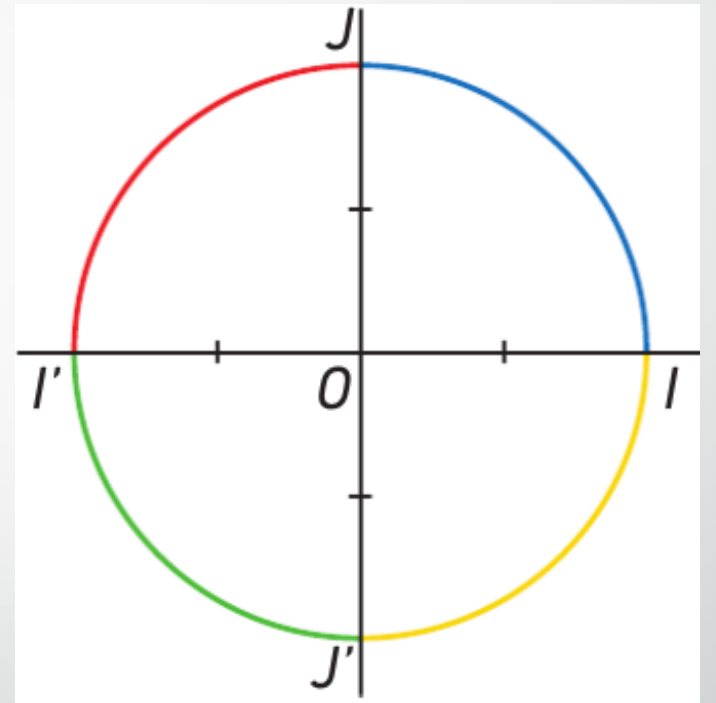


A	B	C	D
<i>rouge</i>	<i>verte</i>	<i>bleue</i>	<i>jaune</i>

Questions flash

- Question 2 :

De quelle couleur est le point associé au nombre réel $-\frac{10\pi}{6}$?

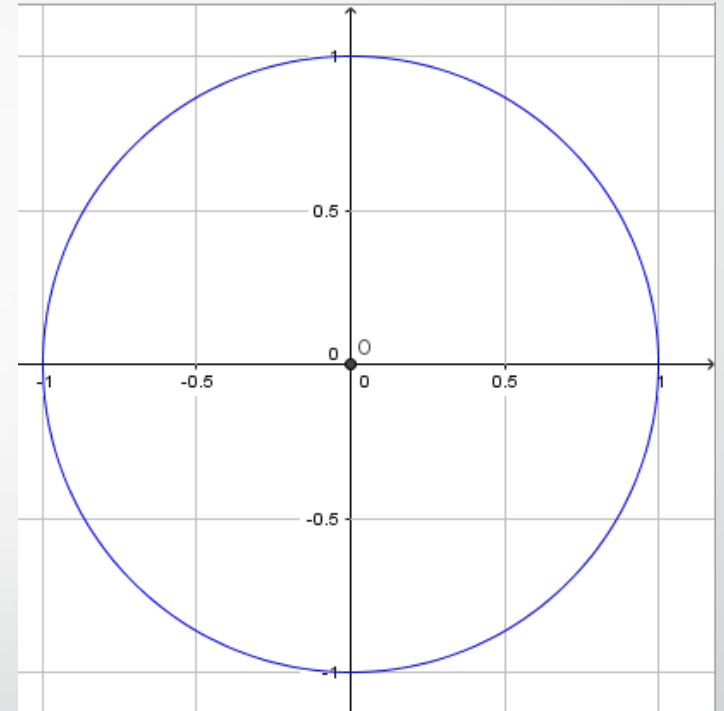


A	B	C	D
<i>rouge</i>	<i>verte</i>	<i>bleue</i>	<i>jaune</i>

Questions flash

- Question 3 :

Lequel de ces points a la **plus grande abscisse** ?

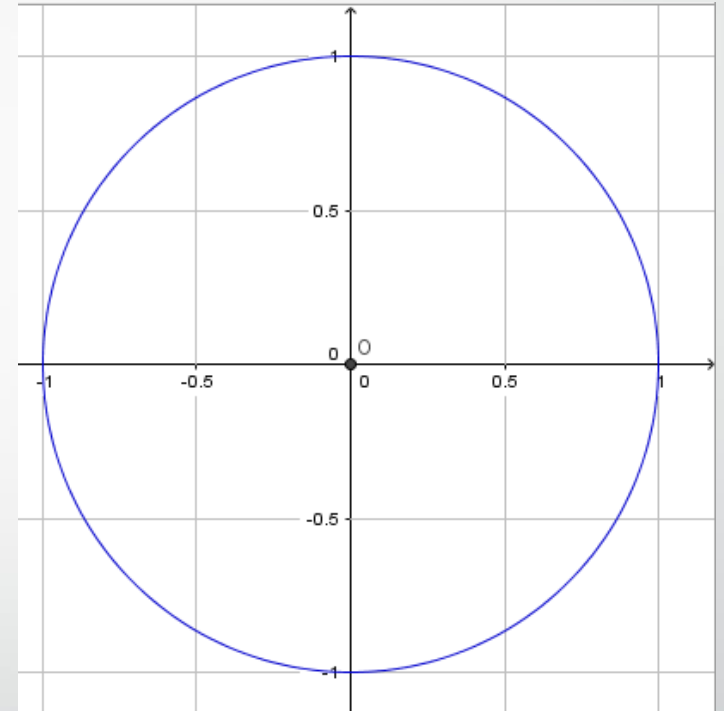


A	B	C	D
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$

Questions flash

- Question 4 :

Lequel de ces points a la **plus petite ordonnée** ?

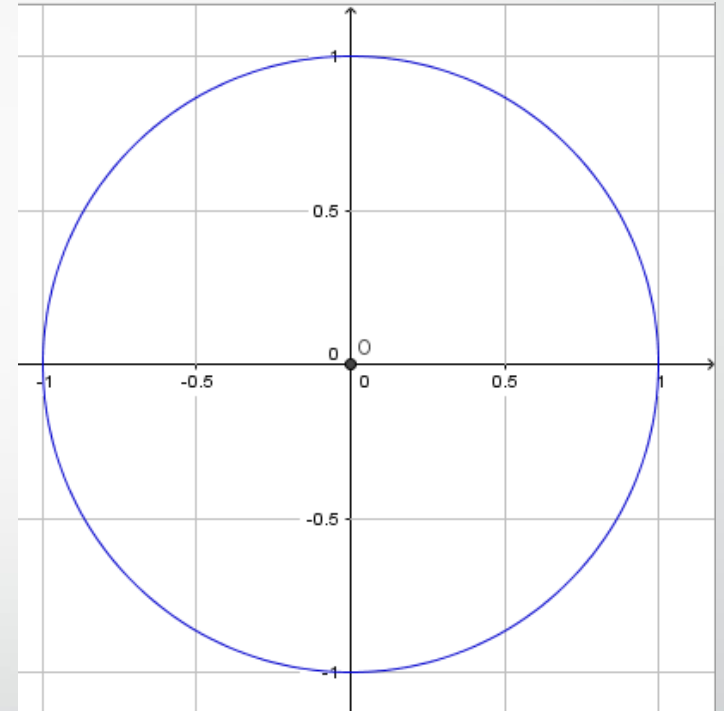


A	B	C	D
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	π	$\frac{5\pi}{6}$

Questions flash

- Question 5 :

α est un réel tel que $\cos(\alpha) = 0.5$ alors...



A	B	C	D
$\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$	$\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$	Aucune de ces propositions