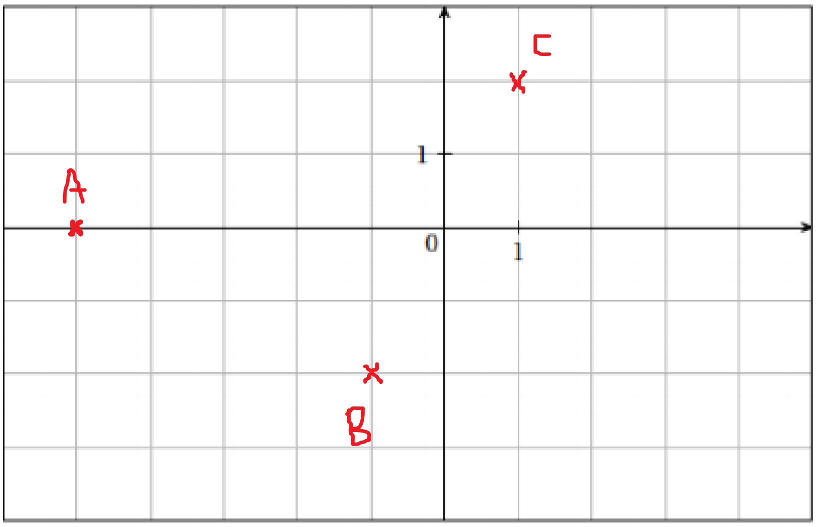
Correction
DS n°2 (sujet A)

Exercice 1 : (4 points)

1.



2. K est le milieu de [AC] :

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-5+1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{0+2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Les coordonnées de K sont K(-2;1).

3. K est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC si et seulement si $KA = KB = KC$.

Calculons alors ces trois longueurs :

$KA = \sqrt{(x_A - x_K)^2 + (y_A - y_K)^2} = \sqrt{(-5-(-2))^2 + (0-1)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$KB = \sqrt{(x_B - x_K)^2 + (y_B - y_K)^2} = \sqrt{(-1-(-2))^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

$KC = \sqrt{(x_C - x_K)^2 + (y_C - y_K)^2} = \sqrt{(1-(-2))^2 + (2-1)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$KA = KB = KC$

Donc K est bien le centre du cercle circonscrit à ABC.

4. K est le milieu de [AC] et c'est également le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, donc ABC est un triangle rectangle en B.

Exercice 2 : (6 points)

1. $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix} x_E - x_D \\ y_E - y_D \end{pmatrix}$

$x_E - x_D = 0 - (-1) = 1$

$y_E - y_D = 3 - 4 = -1$

Donc $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix}$

$x_F - x_E = 3 - 0 = 3$

$y_F - y_E = 1 - 3 = -2$

Donc $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

2. Soit G(x;y) tel que DEFG soit un parallélogramme.

DEFG est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{GF}$.

$\overrightarrow{GF}\begin{pmatrix} x_F - x_G \\ y_F - y_G \end{pmatrix}$

$\begin{cases} x_F - x_G = 3 - x \\ y_F - y_G = 1 - y \end{cases}$

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{GF} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x = 1 \\ 1 - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 1 - 3 = -2 \\ -y = -1 - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

Les coordonnées de G sont G(2;2).

3. Graphiquement, on trouve

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$

Exercice 3 : (3 points)

x vérifie	x appartient à	représentation
$-1 \leqslant x < 3$	$[-1; 3[$	
$7 \leq x \leq 12$	$[7\ ;\ 12]$	
$4 > x > 0$	$]0; 4[$	
$-1 < x \leq \pi$	$]-1\ ;\ \pi]$	

Exercice 4 : (6 points)

Soient les fonctions f et g définies sur ℝ par :

$$f : x \mapsto -x^2 + 2x + 5 \qquad \text{et} \qquad g : x \mapsto \frac{x}{4} - 1$$

1. $f(-2) = -(-2)^2 + 2 \times (-2) + 5 = -3$

   $f(1) = -1^2 + 2 \times 1 + 5 = 6$

   $f(4) = -4^2 + 2 \times 4 + 5 = -3$

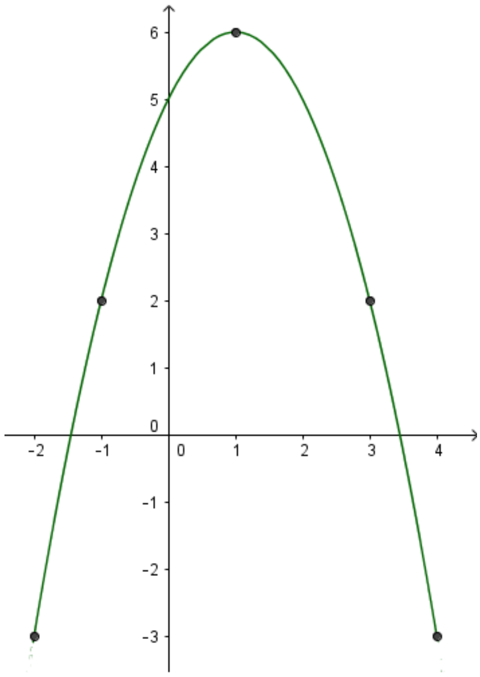
2. $f(-1) = -(-1)^2 + 2 \times (-1) + 5 = 2$

   $f(3) = -3^2 + 2 \times 3 + 5 = 2$

3.

x	-2	-1	1	3	4
f(x)	**-3**	**2**	**6**	**2**	**-3**

4.



5. Calcul de l'antécédent de -2 par g :

On cherche à résoudre l'équation $g(x) = -2$

$$g(x) = -2 \Leftrightarrow \frac{x}{4} - 1 = -2 \Leftrightarrow \frac{x}{4} = -1 \Leftrightarrow x = -4$$

L'antécédent de -2 par g est -4.

Calcul de l'antécédent de -1 par g :

Sujet B

On cherche à résoudre l'équation $g(x) = -1$

$$g(x) = -1 \Leftrightarrow \frac{x}{4} - 1 = -1 \Leftrightarrow \frac{x}{4} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

L'antécédent de -1 par g est 0.

<u>Calcul de l'antécédent de 0 par g :</u>

On cherche à résoudre l'équation $g(x) = 0$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{4} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{4} = 1 \Leftrightarrow x = 4$$

L'antécédent de 0 par g est 4.

<u>Calcul de l'antécédent de 2 par g :</u>

On cherche à résoudre l'équation $g(x) = 2$

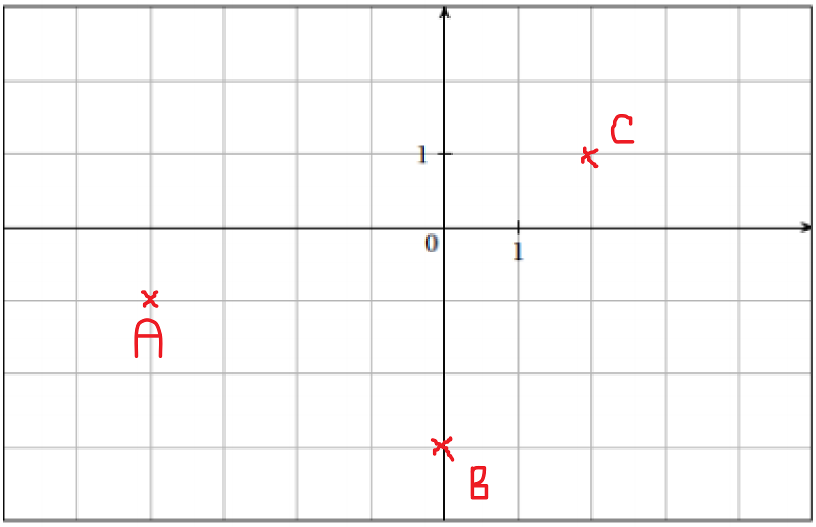
$$g(x) = 2 \Leftrightarrow \frac{x}{4} - 1 = 2 \Leftrightarrow \frac{x}{4} = 3 \Leftrightarrow x = 12$$

L'antécédent de 2 par g est 12.

Correction
DS n°2 (sujet B)

Exercice 1 : (4 points)

1.



2. K est le milieu de [AC] :

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-4+2}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-1+1}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

Les coordonnées de K sont K(-1;0).

3. K est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC si et seulement si $KA = KB = KC$.

Calculons alors ces trois longueurs :

$KA = \sqrt{(x_A - x_K)^2 + (y_A - y_K)^2} = \sqrt{(-4-(-1))^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$KB = \sqrt{(x_B - x_K)^2 + (y_B - y_K)^2} = \sqrt{(0-(-1))^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

$KC = \sqrt{(x_C - x_K)^2 + (y_C - y_K)^2} = \sqrt{(2-(-1))^2 + (1-0)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$KA = KB = KC$

Donc K est bien le centre du cercle circonscrit à ABC.

4. K est le milieu de [AC] et c'est également le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, donc ABC est un triangle rectangle en B.

Exercice 2 : (6 points)

1. $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix} x_E - x_D \\ y_E - y_D \end{pmatrix}$

$x_E - x_D = -1 - 0 = -1$

$y_E - y_D = 3 - 4 = -1$

Donc $\overrightarrow{DE}\binom{-1}{-1}$

$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix}$

$x_F - x_E = 2 - (-1) = 3$

$y_F - y_E = 5 - 3 = 2$

Donc $\overrightarrow{FE}\binom{3}{2}$

2. Soit G(x;y) tel que DEFG soit un parallélogramme.

DEFG est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{GF}$.

$\overrightarrow{GF}\begin{pmatrix} x_F - x_G \\ y_F - y_G \end{pmatrix}$

$\begin{cases} x_F - x_G = 2 - x \\ y_F - y_G = 5 - y \end{cases}$

$\overrightarrow{GF} = \overrightarrow{DE} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x = -1 \\ 5 - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = -1 - 2 \\ -y = -1 - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = -3 \\ -y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$

Les coordonnées de G sont G(3;6).

3. Graphiquement, on trouve

$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

Exercice 3 : (3 points)

x vérifie	*x* appartient à	représentation
$5 \leqslant x < 6$	$x \in [5; 6[$	
$4 \leq x$	$[4 ; +\infty[$	
$-7 \geqslant x > -8$	$x \in]-8; -7]$	
$x > -7$	$x \in]-7; +\infty[$	

Exercice 4 : (6 points)

Soient les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \mapsto x^2 - 4x + 3 \text{ et } \qquad g : x \mapsto \frac{x}{2} - 5$$

1. $f(-1) = (-1)^2 - 4 \times (-1) + 3 = 8$

   $f(0) = 0^2 - 4 \times 0 + 3 = 3$

   $f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 3 = -1$

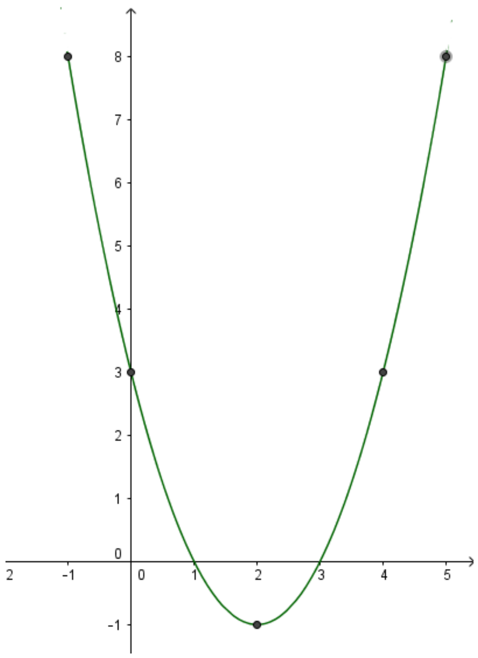
2. $f(4) = 4^2 - 4 \times 4 + 3 = 3$

   $f(5) = 5^2 - 4 \times 5 + 3 = 8$

3.

x	-1	0	2	4	5
$f(x)$	**8**	**3**	**-1**	**3**	**8**

4.



5. Calcul de l'antécédent de -5 par g :

On cherche à résoudre l'équation $g(x) = -5$

$$g(x) = -5 \Leftrightarrow \frac{x}{2} - 5 = -5 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

L'antécédent de -5 par g est 0.

Sujet B

Calcul de l'antécédent de 0 par g :

On cherche à résoudre l'équation $g(x) = 0$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} - 5 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 5 \Leftrightarrow x = 10$$

L'antécédent de 0 par g est 10.

Calcul de l'antécédent de 1 par g :

On cherche à résoudre l'équation $g(x) = 1$

$$g(x) = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} - 5 = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 6 \Leftrightarrow x = 12$$

L'antécédent de 1 par g est 12.

Calcul de l'antécédent de 5 par g :

On cherche à résoudre l'équation $g(x) = 5$

$$g(x) = 5 \Leftrightarrow \frac{x}{2} - 5 = 5 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 10 \Leftrightarrow x = 20$$

L'antécédent de 5 par g est 20.