Chapitre 7 : Equations et inéquations

Seconde 11

Mme FELT

I - Rappels

1. Résolution d'une équation du premier degré

Vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=bOksQ7bEtkk

2. Résolution d'une inéquation du premier degré

Vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=8oQirnucj7A

Exercices

Résous les équations suivantes.

a. $23 + 16x = 31$

b. $3x - 14 = 9$

c. $2,5x + 5,6 = 12$

d. $5x + 1 = 2x + 19$

e. $8x + 3 = x + 15$

f. $7,8i - 8 = 1,3i + 2$

Résous les inéquations suivantes

a. $4x - 3 > 6$

b. $3x + 2 \leqslant -7$

c. $-5x + 10 < 12$

d. $-6x + 11 \geqslant 7$

II - Résolution d'équations

1. Les équations produits

<u>Définition :</u>

On appelle **équation-produit** toute équation du type

$$\boldsymbol{f(x) \times g(x) = 0}$$

où $f(x)$ et $g(x)$ sont des expressions algébriques.

II – Résolution d'équations

<u>Exemples :</u>

$$(2x+3)(x+2)=0$$

$$x(5x-4)=0$$

$$\left(\frac{x}{2}+1\right)(-x+7)=0$$

II - Résolution d'équations

<u>Propriété :</u>

Dire qu'un produit de facteurs est **nul**, équivaut à dire que l'un au moins des facteurs est nul.

<u>Remarque :</u>

Le cas particulier de l'équation-produit $(\boldsymbol{ax}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{cx}+\boldsymbol{d})=0$ équivaut à $(\boldsymbol{ax}+\boldsymbol{b})=\mathbf{0}$ ou $(\boldsymbol{cx}+\boldsymbol{d})=\mathbf{0}$.

Exercices 25 et 28 p 145

Résoudre les équations produits suivantes :

25 Même exercice que le 23 avec :

a. $-x(x-7)$. **b.** $-5(1-x)$.

c. $(2-3x)(-7+x)$. **d.** $(2x-1)(-3x)(5-x)$.

28 Même exercice que le 23 avec :

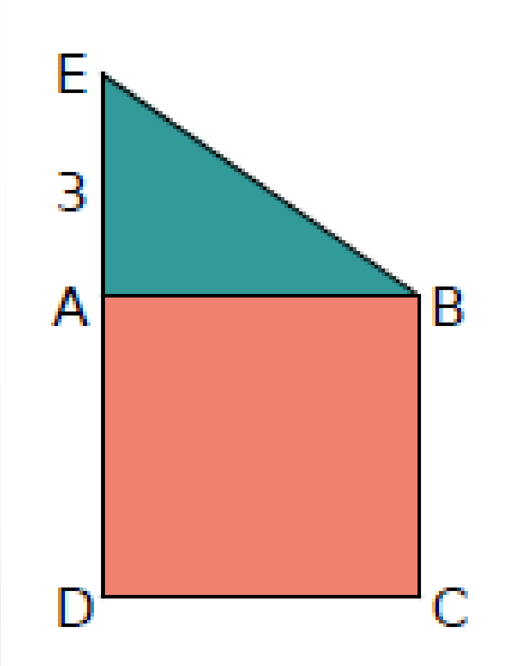
a. x^2-9x. **b.** $(x-1)^2-4$.

c. x^2+3. **d.** $(x-2)^2+(x-2)(1-x)$.

Problème

Sur le schéma, ABCD est un carré et ABE est un triangle rectangle en A, tel que AE = 3 cm. Tous les points sont distincts.

Quelle doit être la longueur du côté du carré ABCD pour que son aire soit égale à l'aire du triangle rectangle ABE ?



II – Résolution d'équations

2. Mise en équation d'un problème

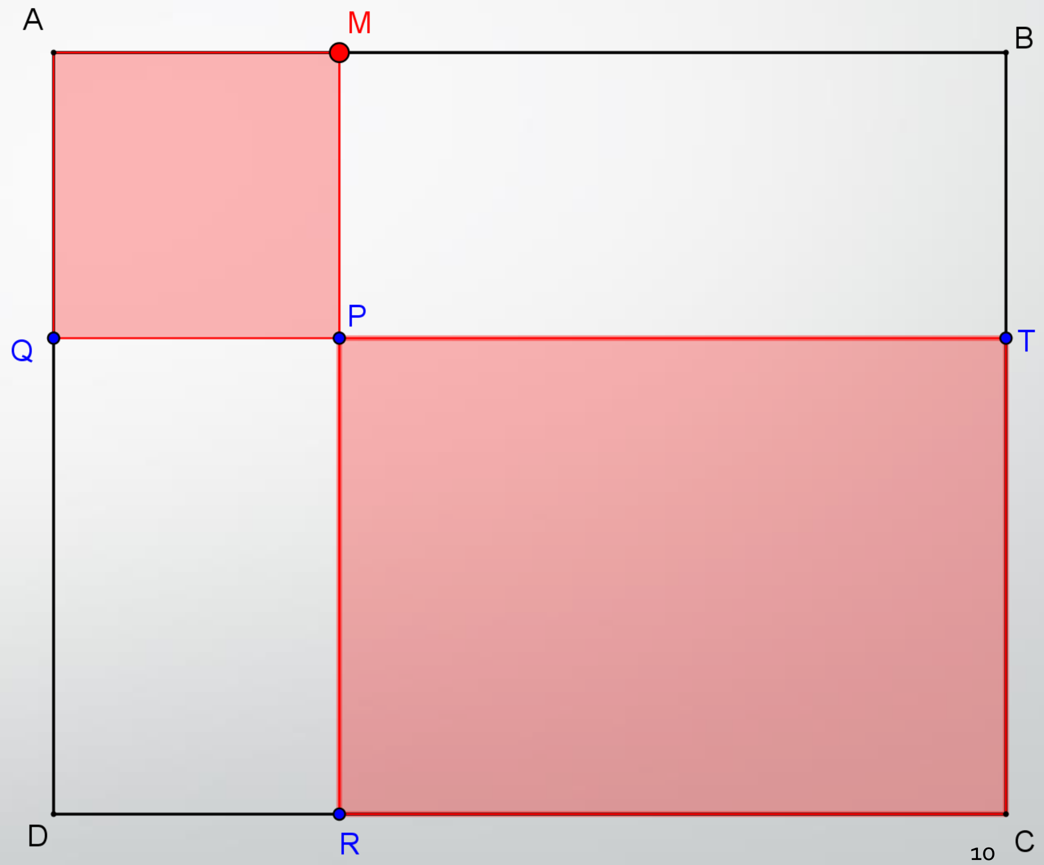
Méthode :

- Choisir l'**inconnue** : on repère la **grandeur inconnue** parmi celles exprimées dans l'énoncé. On la note x.
- Mettre en **équation** : on exprime les **informations données** dans l'énoncé en fonction de x.
- Résoudre **l'équation** : se ramener à une **équation produit**.
- **Vérifier** que les valeurs trouvées sont solutions du problème.
- Conclure.

Problème

ABCD est un rectangle tel que AD=8 et AB=10.
On place un point M mobile sur le côté [AB] et on construit le carré AMPQ et le rectangle PRCT comme indiqué sur la figure ci-contre.

Où placer le point M pour que l'aire blanche soit égale au quadruple de l'aire du carré AMPQ ?



II - Résolution d'équations

3. Les équations quotients

<u>Définition :</u>

On appelle **équation-quotient** toute équation du type

$$\frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

où $f(x)$ et $g(x)$ sont des expressions algébriques, avec $g(x) \neq 0$.

II – Résolution d’équations

Propriété :

Dire qu’un quotient est **nul**, équivaut à dire que le numérateur est nul.

II - Résolution d'équations

<u>Exemples :</u>

$$\frac{2x+3}{x+2} = 0 \qquad \text{avec } x \neq -2$$

$$\frac{x^2-9}{x+3} = 0 \qquad \text{avec } x \neq -3$$

$$\frac{(2x+1)(x-3)}{x-4} = 0 \qquad \text{avec } x \neq 4$$

Exercices 36 et 37 p 145

Résoudre les équations quotients suivantes :

36 Même exercice que le **33** avec :

a. $\dfrac{-x}{2-x}$. **b.** $\dfrac{(2-x)(x+1)}{3x-5}$. **c.** $\dfrac{1}{x(-x+1)}$.

37 Même exercice que le **33** avec :

a. $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}$. **b.** $5+\dfrac{1}{x+1}$. **c.** $2-\dfrac{x-1}{x}$.

III - Résolution d'inéquations

1. Signe d'un produit

a) Théorème

Le **produit** de deux nombres non nuls est **strictement positifs** si, et seulement si, ces deux nombres sont de **même signe**. Sinon, il est **strictement négatif**.

Exemples :

$$3 \times 2 > 0$$
$$(-3) \times (-2) > 0$$

$$3 \times (-2) < 0$$
$$(-3) \times 2 < 0$$

III - Résolution d'inéquations

b) Tableau de signes d'un produit

<u>Méthode :</u>

- On étudie le signe de **chaque facteur**.
- On **regroupe** dans un seul tableau le signe de chaque facteur.
- Sur la dernière ligne, on **déduit** le signe du produit grâce au **théorème**.

III - Résolution d'inéquations

<u>Exemple :</u>

On veut déterminer le signe de $f(x) = (2x-1)(-x+1)$ selon les valeurs de x.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
Signe de $(2x-1)$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Signe de $(-x+1)$		$+$	|	$+$	0	$-$	
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
Signe de $(2x-1)$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $(-x+1)$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On peut ainsi résoudre les inéquations $(2x-1)(-x+1) \geq 0$ et $(2x-1)(-x+1) \leq 0$

Exercice 41 p 146

Résoudre les inéquations suivantes à l'aide d'un tableau de signes.

41 **a.** $(x + 7)(2x - 1) < 0$.

b. $(2x + 5)(3 - x) > 0$.

c. $-x(-5x + 2) \geqslant 0$.

III - Résolution d'inéquations

2. Signe d'un quotient

a) Théorème

Le **quotient** de deux nombres non nuls est **strictement positifs** si, et seulement si, ces deux nombres sont de **même signe**. Sinon, il est **strictement négatif**.

Exemples :

$\frac{3}{2} > 0$ $\qquad$ $\frac{3}{-2} < 0$

$\frac{-3}{-2} > 0$ $\qquad$ $\frac{-3}{2} < 0$

III - Résolution d'inéquations

b) Tableau de signes d'un quotient

Méthode :

- On cherche la ou les valeurs qui **annulent** le **dénominateur** (**valeurs interdites**).
- On étudie le signe du **numérateur** et du **dénominateur.**
- On **regroupe** dans un seul tableau le signe du numérateur et du dénominateur.
- Sur la dernière ligne, on **déduit** le signe du quotient grâce au **théorème**. Les « zéros » sont remplacés par une **double barre** pour les **valeurs interdites**.

III - Résolution d'inéquations

Exemple :

On veut déterminer le signe de $f(x) = \frac{2x-1}{-x+1}$ selon les valeurs de x.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
Signe de $(2x-1)$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $(-x+1)$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
Signe de $(2x-1)$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $(-x+1)$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

On peut ainsi résoudre les inéquations $\frac{2x-1}{-x+1} \geq 0$ et $\frac{2x-1}{-x+1} \leq 0$

Exercice 43 p 146

Résoudre les inéquations suivantes à l'aide d'un tableau de signes.

43 **a.** $\dfrac{5+x}{5-x} > 0.$ **b.** $\dfrac{2+3x}{-3+x} \leqslant 0.$ **c.** $\dfrac{-5x}{1+2x^2} < 0.$

Exercices 46 et 47 p 146

Résoudre les inéquations suivantes à l'aide d'un tableau de signes.

46 a. $x^2 - 2x > 3x^2 + x$.

b. $5x^2 - 1 > 3 + x^2$.

c. $4x^2 - 4 \leqslant 3(x^2 - 5)$.

47 a. $-2x \leqslant x(3x - 5)$.

b. $2x^2 < x(1 - 4x)$.

c. $x^2 - 9 > 0$.

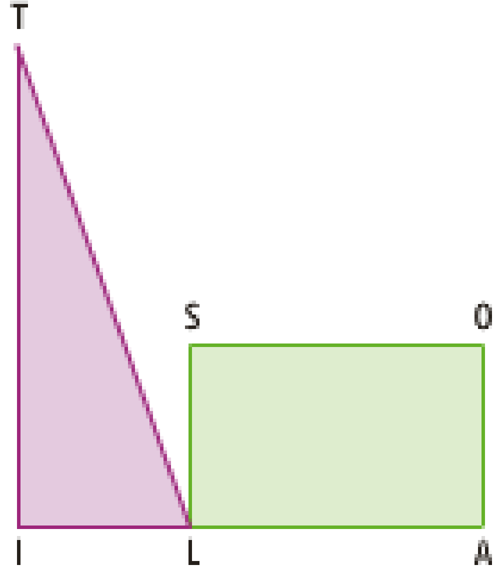
Activité 2 p 135

ACTIVITÉ 2 Mise en équation d'un problème

TICE

► COURS 2
Résolution d'inéquations

Sur un segment [IA] de longueur 4 cm, on place un point L mobile ; LIT est un triangle rectangle en I, tel que IT = 4 cm ; ALSO est un rectangle tel que LS = LI.
On souhaite déterminer les positions de L telles que l'aire du triangle soit strictement inférieure à celle du rectangle.



1. En utilisant, par exemple, un logiciel de géométrie dynamique, proposer une réponse à la question posée.

Aide : Voir « Les TICE en 2de », p. 321.

2. On pose $x = \mathrm{IL}$. Traduire algébriquement le problème proposé, puis le résoudre.

3. On pose $x = \mathrm{AL}$. Traduire algébriquement le problème proposé, puis le résoudre.