Correction DM n°10

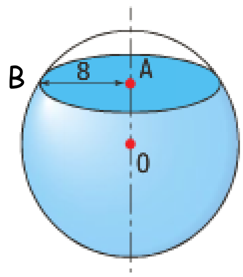
Exercice 1 : Mise en équation

- On appelle x le nombre de louis d'or que recevra le dernier enfant. $S_3 = x$
- Somme du deuxième enfant : $S_2 = S_3 + 3000 = x + 3000$
  Somme de l'aîné : $S_1 = S_2 + 5000 = x + 3000 + 5000 = x + 8000$
  Somme totale : $S = 20000$
- La somme totale de l'héritage est égale à la somme des parts des trois enfants :
  $S = S_1 + S_2 + S_3$
  $\Leftrightarrow (x + 8000) + (x + 3000) + x = 20000$
  $\Leftrightarrow x + 8000 + x + 3000 + x = 20000$
  $\Leftrightarrow 3x + 11000 = 20000$
  $\Leftrightarrow 3x = 20000 - 11000$
  $\Leftrightarrow 3x = 9000$
  $\Leftrightarrow x = 3000$
  $S_3 = 3000$
  $S_2 = 3000 + 3000 = 6000$
  $S_1 = 3000 + 8000 = 11000$
- Vérification :
  $3000 + 6000 + 11000 = 20000$ donc la somme totale est bien de 20000 louis d'or.
  $6000 - 3000 = 3000$ donc le deuxième enfant reçoit bien 3000 louis d'or de plus que le dernier.
  $11000 - 6000 = 5000$ donc l'aîné reçoit bien 5000 louis d'or de plus que le deuxième.
- Le dernier enfant recevra donc 3000 louis d'or, le deuxième recevra 6000 louis d'or, et l'aîné recevra 11000 louis d'or.

Exercice 2 : Espace

Une sphère de centre O est coupée par un plan suivant un cercle de centre A et de rayon 8 cm.

Sachant que OA = 6 cm, calculer le rayon R de cette sphère.



On note B un point de ce cercle de centre A et de rayon 8 cm. On a alors AB = 8 cm.

Les droites (AB) et (AO) sont perpendiculaires.

Les points A, B et O définissent un plan. On se place dans ce plan (ABO). Dans tout plan de l'espace, on peut appliquer les théorèmes de géométrie plane.

Le point B appartient à la sphère de centre O et de rayon R

Le triangle ABO est rectangle en A. On applique alors le théorème de Pythagore :

$$OB^2 = OA^2 + AB^2$$

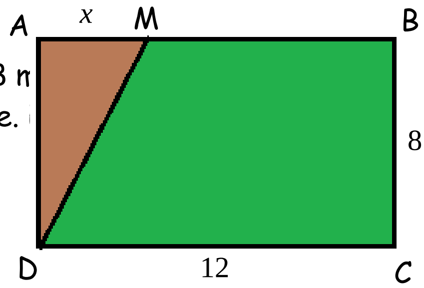
Le point B appartient à la sphère de centre O et de rayon R, donc OB = R. On a alors :

$$R^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

Donc $R = \sqrt{100} = 10\ cm$.

Le rayon R de la sphère de ce problème est donc de 10 cm.

<u>Exercice 3 :</u> Problème



Lisa a une pelouse rectangulaire, de longueur 12 m et de largeur 8 m
triangulaire dans son jardin, comme le montre le schéma ci-contre.
potager soit inférieure à la moitié de l'aire de sa pelouse.

Déterminer les dimensions possibles du potager de Lisa.

- On appelle x la longueur AM.
- Aire du potager : $A(p) = \frac{AD \times AM}{2} = \frac{8 \times x}{2} = 4x$
  Aire du jardin : $A(j) = A(ABCD) - A(p) = AB \times BC - A(p) = 8 \times 12 - 4x = 96 - 4x$
- On veut : $A(p) < \frac{A(j)}{2}$
  $\Leftrightarrow 4x < \dfrac{96 - 4x}{2}$
  $\Leftrightarrow 4x < 48 - 2x$
  $\Leftrightarrow 4x + 2x < 48$
  $\Leftrightarrow 4x + 2x < 48$
  $\Leftrightarrow 6x < 48$
  $\Leftrightarrow x < \dfrac{48}{6}$
  $\Leftrightarrow x < 8$
- Vérification :
  Pour $x = 8$, on a :
  $$A(p) = 4 \times 8 = 32\ m^2$$
  $$A(j) = 96 - 4 \times 8 = 96 - 32 = 64\ m^2$$
  On a $A(p) = \frac{A(j)}{2}$.
  Si x devient plus grand, l'aire A(p) va augmenter et l'aire A(j) va diminuer, donc on aura $A(p) > \frac{A(j)}{2}$. Donc $x = 8$ est la valeur maximale pour répondre au problème.
- Conclusion : Pour que l'aire du potager soit inférieure ou égale à la moitié de l'aire de la pelouse, le point M doit être au maximum à 8 mètres du point A.