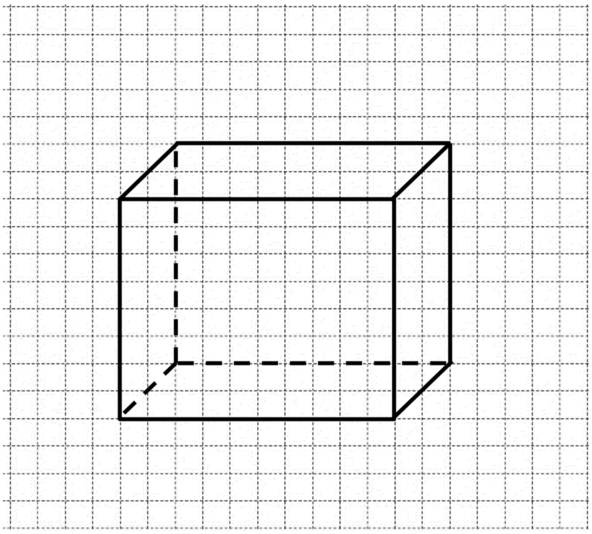
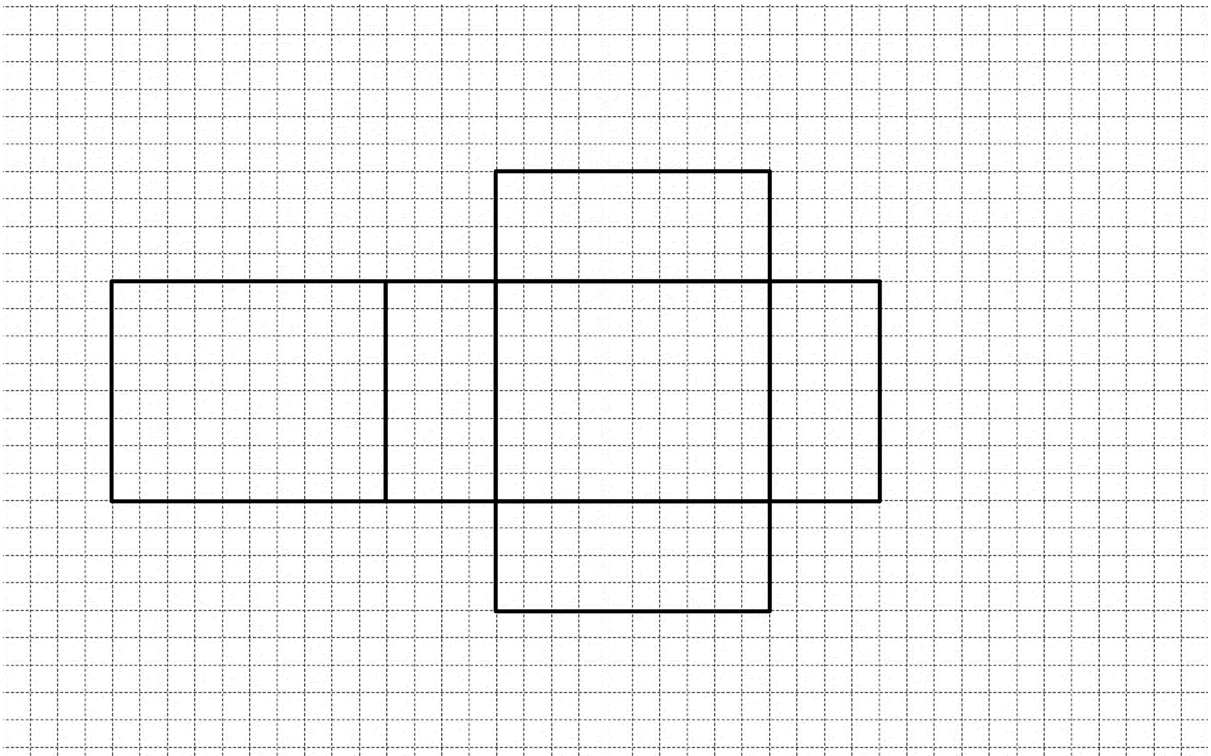
Correction
DS n°6 (sujet A)

Exercice 1 : Patrons et perspective (4,5 points)

1. Représenter ci-dessous un pavé droit de dimensions 2cm x 4cm x 5cm en perspective cavalière.



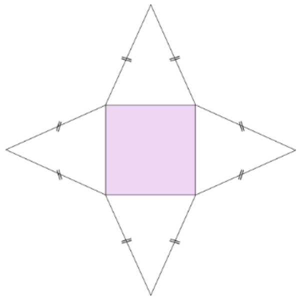
2. Représenter ci-dessous le patron de ce pavé droit.



3. Calculer le volume de ce pavé droit.

$$V = l \times L \times h = 4 \times 5 \times 2 = 40\ cm^3$$

4. Quel est le solide dont le patron est le suivant ?



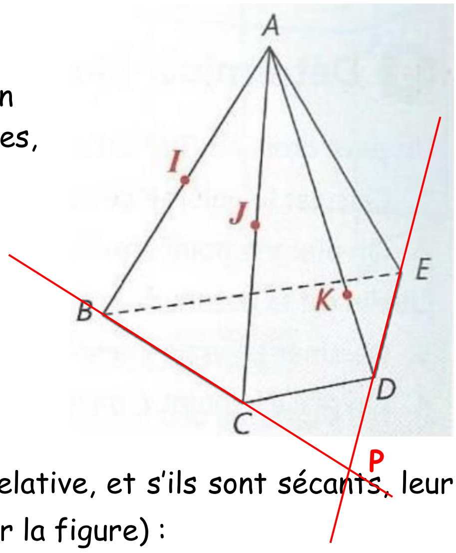
Une pyramide à base carrée.

<u>Exercice 2 :</u> Géométrie dans l'espace (5,5 points)

ABCDE est une pyramide, telle que le quadrilatère BCDE est un trapèze, c'est-à-dire que les droites (BE) et (CD) sont parallèles, et les droites (BC) et (ED) ne le sont pas.

I est le milieu de [AB] et J celui de [AC].

K est un point du segment [AD] tel que $AK = \frac{3}{4}AD$.



1. Déterminer **<u>en justifiant votre réponse</u>**, la position relative, et s'ils sont sécants, leur intersection (vous pouvez créer des nouveaux points sur la figure) :

   a) Des droites (IJ) et (BC) :

I est milieu de [AB] et J est milieu de [AC], donc d'après le théorème de la droite des milieux dans le triangle ABC, (IJ)//(BC)

   b) De la droite (JC) et du plan (ABE) :

A appartient à la droite (JC), et au plan (ABE). De plus, C n'appartient pas au plan (ABE), donc (JC) et (ABE) sont sécants en A.

   c) Des plans (ABC) et (AKE) :

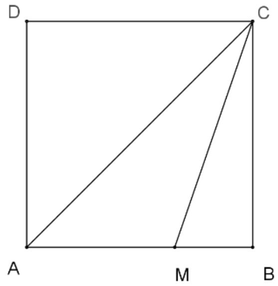
$A \in (ABC)$ et $A \in (AKE)$. De plus, les droites (BC) et (DE) appartiennent au plan (BCD) et sont sécantes. Appelons P leur point d'intersection.

Ainsi les plans (ABC) et (AKE) sont sécants en (AP).

2. Montrer que les droites (JC) et (BE) sont non coplanaires.

Les points B, C et E forment le plan (BCE). Or le point J n'appartient pas à ce plan, donc les droites (JC) et (BE) sont non coplanaires.

<u>Exercice 3 :</u> Problème de mise en équation (5 points)



Soit ABCD un carré de côté 4 cm, et M un point de [AB].

Où doit-on placer le point M pour que l'aire du triangle AMC soit égale au quart de l'aire du carré ABCD ?

- On appelle x la longueur AM.
- Aire du carré ABCD : $A(ABCD) = AB \times BC = 4 \times 4 = 16\ cm^2$
  Aire du triangle AMC : $A(AMC) = \frac{b \times h}{2} = \frac{AM \times BC}{2} = \frac{x \times 4}{2} = 2x$
- On veut : $A(AMC) = \frac{A(ABCD)}{4}$
  $\Leftrightarrow 2x = \dfrac{16}{4}$
  $\Leftrightarrow 2x = 4$
  $\Leftrightarrow x = 2$
- Vérification :
  Pour $x = 2$, on a :
  $$A(AMC) = \frac{2 \times 4}{2} = \frac{8}{2} = 4\ cm^2$$
  $$\frac{A(ABCD)}{4} = \frac{16}{4} = 4\ cm^2$$
  On a $A(AMC) = \frac{A(ABCD)}{4}$.
- Conclusion : Pour que l'aire du triangle AMC soit égale au quart de l'aire du carré ABCD, le point M doit être à 2 cm du point A.

Exercice 4 : (5 points)

1. Résoudre les équations suivantes :

a) $(5+2x)(1+x)=0$

$\Leftrightarrow 5+2x=0$ ou $1+x=0$

$\Leftrightarrow 2x=-5$ ou $x=-1$

$\Leftrightarrow x=\frac{-5}{2}$

$$S=\{\frac{-5}{2};-1\}$$

b) $\frac{2+3x}{x-3}=0$ avec $x\neq 3$

$\Leftrightarrow 2+3x=0$

$\Leftrightarrow 3x=-2$

$\Leftrightarrow x=\frac{-2}{3}$

$$S=\{\frac{-2}{3}\}$$

2. Résoudre l'inéquation : $4x^2-6\leq 2x^2+3x-6$

$\Leftrightarrow 4x^2-6-2x^2-3x+6\leq 0$

$\Leftrightarrow 2x^2-3x\leq 0$

$\Leftrightarrow x(2x-3)\leq 0$

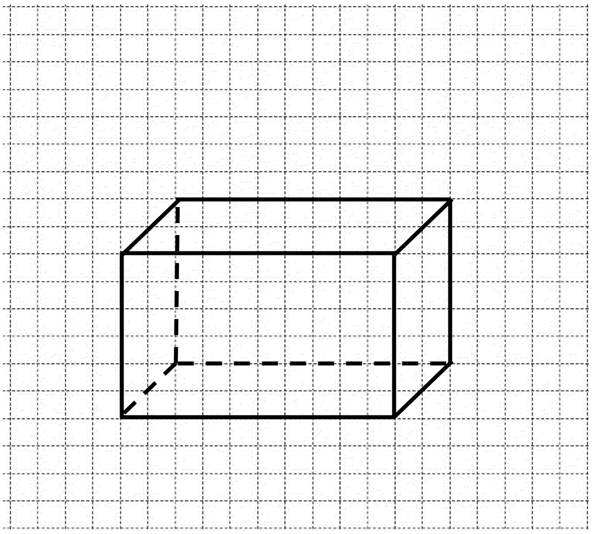
x	$-\infty$		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
Signe de x		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $(2x-3)$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $x(2x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$S=\left[0;\frac{3}{2}\right]$$

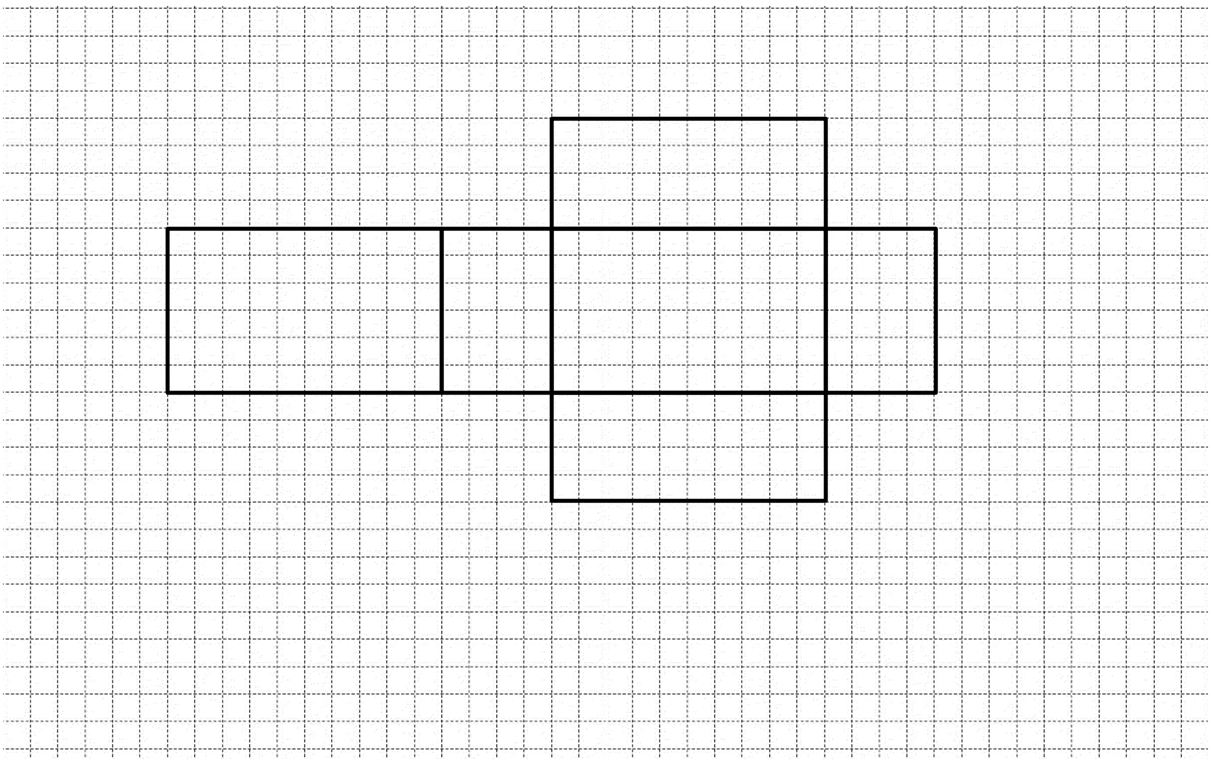
DS n°6 (sujet B)

Exercice 1 : Patrons et perspective (4,5 points)

1. Représenter ci-dessous un pavé droit de dimensions 2cm x 3cm x 5cm en perspective cavalière.



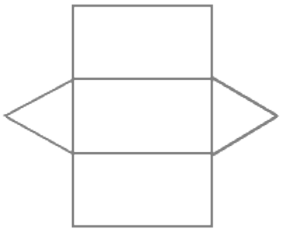
2. Représenter ci-dessous le patron de ce pavé droit.



3. Calculer le volume de ce pavé droit.

$$V = l \times L \times h = 3 \times 5 \times 2 = 30\ cm^3$$

4. Quel est le solide dont le patron est le suivant ?



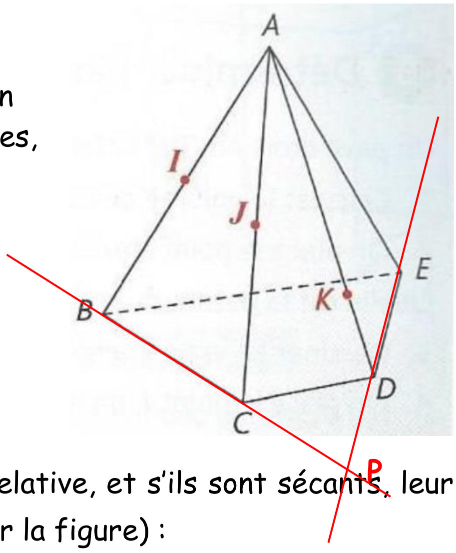
Un prisme droit.

<u>Exercice 2 :</u> Géométrie dans l'espace (5,5 points)

ABCDE est une pyramide, telle que le quadrilatère BCDE est un trapèze, c'est-à-dire que les droites (BE) et (CD) sont parallèles, et les droites (BC) et (ED) ne le sont pas.

I est le milieu de [AB] et J celui de [AC].

K est un point du segment [AD] tel que $AK = \frac{3}{4}AD$.



1. Déterminer **<u>en justifiant votre réponse</u>**, la position relative, et s'ils sont sécants, leur intersection (vous pouvez créer des nouveaux points sur la figure) :

   a) Des droites (IJ) et (BC) :

I est milieu de [AB] et J est milieu de [AC], donc d'après le théorème de la droite des milieux dans le triangle ABC, (IJ)//(BC)

   b) De la droite (AI) et du plan (BCD) :

B appartient à la droite (AI), et au plan (BCD). De plus, A n'appartient pas au plan (BCD), donc (AI) et (BCD) sont sécants en B.

   c) Des plans (AIC) et (ADE) :

$A \in (AIC)$ et $A \in (ADE)$. De plus, les droites (BC) et (DE) appartiennent au plan (BCD) et sont sécantes. Appelons P leur point d'intersection.

Ainsi les plans (AIC) et (ADE) sont sécants en (AP).

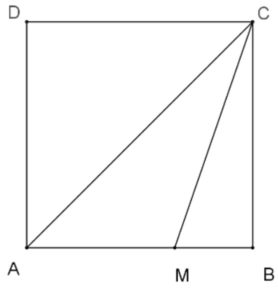
2. Montrer que les droites (AD) et (BJ) sont non coplanaires.

Les points A, B et J forment le plan (ABJ). Or le point D n'appartient pas à ce plan, donc les droites (AD) et (BJ) sont non coplanaires.

Exercice 3 : Problème de mise en équation (5 points)

Soit ABCD un carré de côté 6 cm, et M un point de [AB].

Où doit-on placer le point M pour que l'aire du triangle AMC soit égale à la moitié de l'aire du carré ABCD ?



- On appelle x la longueur AM.
- Aire du carré ABCD : $A(ABCD) = AB \times BC = 6 \times 6 = 36\ cm^2$
  Aire du triangle AMC : $A(AMC) = \frac{b \times h}{2} = \frac{AM \times BC}{2} = \frac{x \times 6}{2} = 3x$
- On veut : $A(AMC) = \frac{A(ABCD)}{2}$
  $\Leftrightarrow 3x = \frac{36}{2}$
  $\Leftrightarrow 3x = 18$
  $\Leftrightarrow x = 6$
- Vérification :
  Pour $x = 6$, on a :
  $$A(AMC) = \frac{6 \times 6}{2} = \frac{36}{2} = 18\ cm^2$$
  $$\frac{A(ABCD)}{2} = \frac{36}{2} = 18\ cm^2$$
  On a $A(AMC) = \frac{A(ABCD)}{2}$.
- Conclusion : Pour que l'aire du triangle AMC soit égale à la moitié de l'aire du carré ABCD, le point M doit être à 6 cm du point A, soit confondu avec le point B.

Exercice 4 : (5 points)

1. Résoudre les équations suivantes :

a) $(4x-5)(1+2x)=0$

$\Leftrightarrow 4x-5=0$ ou $1+2x=0$

$\Leftrightarrow 4x=5$ ou $2x=-1$

$\Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$ ou $x=\frac{-1}{2}$

$$S=\{\frac{-1}{2};\frac{5}{4}\}$$

b) $\frac{2-7x}{x-4}=0$ avec $x \neq 3$

$\Leftrightarrow 2-7x=0$

$\Leftrightarrow 7x=2$

$\Leftrightarrow x=\frac{2}{7}$

$$S=\{\frac{2}{7}\}$$

2. Résoudre l'inéquation : $7x^2-4 \leq 3x^2+2x-4$

$\Leftrightarrow 7x^2-4-3x^2-2x+4 \leq 0$

$\Leftrightarrow 4x^2-2x \leq 0$

$\Leftrightarrow x(4x-2) \leq 0$

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de x		-	0	+		+	
Signe de $(4x-2)$		-		-	0	+	
Signe de $x(4x-2)$		+	0	-	0	+	

$$S=\left[0;\frac{1}{2}\right]$$